

**Θέμα 1°**

Το σώμα με μάζα  $m_1=0,75\text{Kg}$  ισορροπεί. Πάνω από το σώμα και σε απόσταση από αυτό  $40\text{cm}$  εκτοξεύουμε κατακόρυφα μια μπίλια με μάζα  $m_2 =0,25\text{Kg}$  προς τα πάνω με ταχύτητα  $2\text{m/s}$  και κατά την επιστροφή συγκρούεται πλαστικά με τη μάζα  $m_1$ .

α. να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης  $K=25\text{N/m}$

β. να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης του ταλαντωτή από τη ΘΙ και να την παραστήσετε γραφικά. Θετική φορά προς τα κάτω και  $t=0$  η στιγμή της σύγκρουσης.

γ. να γράψετε την εξίσωση της κινητικής ενέργειας του συσσωματώματος, σε συνάρτηση με το χρόνο και να την παραστήσετε γραφικά

δ. Να υπολογίσετε τη μεταβολή της ορμής της μπίλιας κατά τη κρούση

ε. να υπολογίσετε το ποσοστό της κινητικής ενέργειας που είχε η μπίλια



ελάχιστα πριν τη κρούση, η οποία έγινε θερμότητα

στ. Να βρείτε τη συνάρτηση από την οποία υπολογίζουμε το μέτρο της δύναμης του ελατηρίου σε συνάρτηση με το χρόνο και να την παραστήσετε γραφικά. Επαληθεύστε αν τη στιγμή 0 η συνάρτηση αυτή δίνει τη σωστή τιμή της δύναμης του ελατηρίου

ζ. να υπολογίσετε τη στιγμή που ο ταλαντωτής έχει διανύσει διάστημα  $0,3\text{ m}$

η. Να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή που το συσσωμάτωμα θα περάσει για δεύτερη φορά από τη ΘΙ

**Θέμα 2.**

Το σώμα με μάζα  $m_1=0,75\text{Kg}$  ισορροπεί. Πάνω από το σώμα και σε απόσταση από αυτό  $40\text{cm}$  εκτοξεύουμε κατακόρυφα μια μπίλια με μάζα  $m_2$  προς τα πάνω με ταχύτητα  $u$  και κατά την επιστροφή συγκρούεται πλαστικά με τη μάζα  $m_1$ . Η ταχύτητα του συσσωματώματος μηδενίζεται για πρώτη φορά τη στιγμή  $2\pi/15(\text{s})$

α. Η εξίσωση της απομάκρυνσης του συσσωματώματος από τη ΘΙ είναι η εξής  $\chi=0,2\eta\mu(\omega t-\pi/6)$  SI

β. Να υπολογίσετε τη συχνότητα  $\omega$ ,

τη μάζα  $m_2$  και το μέτρο της ταχύτητας  $u$  της μπίλιας

γ. να γράψετε την εξίσωση της κινητικής ενέργειας του συσσωματώματος, σε συνάρτηση με το χρόνο και να την παραστήσετε γραφικά

δ. Να υπολογίσετε τη μεταβολή της ορμής της μπίλιας κατά τη κρούση

ε. να υπολογίσετε το ποσοστό της κινητικής ενέργειας που είχε η μπίλια



ελάχιστα πριν τη κρούση, η οποία έγινε θερμότητα

στ. Να βρείτε τη συνάρτηση από την οποία υπολογίζουμε το μέτρο της δύναμης του ελατηρίου σε συνάρτηση με το χρόνο και να την παραστήσετε γραφικά. Επαληθεύστε αν τη στιγμή 0 η συνάρτηση αυτή δίνει τη σωστή τιμή της δύναμης του ελατηρίου

ζ. να υπολογίσετε τη στιγμή που ο ταλαντωτής έχει διανύσει διάστημα  $0,3\text{ m}$

η. Να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή που το συσσωμάτωμα θα περάσει για δέκατη φορά από τη ΘΙ

**Θέμα 3.**

Το σώμα του σχήματος, με μάζα  $M=3\text{Kg}$  ισορροπεί στο άκρο ελατηρίου Η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου, όταν ισορροπεί το σώμα είναι  $4,5\text{J}$

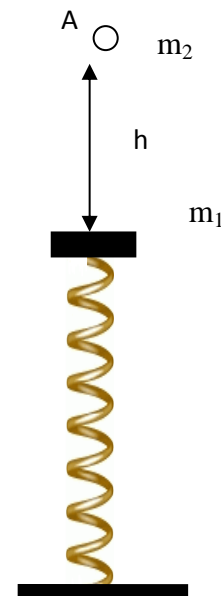
Ενα άλλο σώμα ( $m=1\text{Kg}$ ) κινείται κατακόρυφα, με φορά προς τα πάνω) και κάποια στιγμή σφηνώνεται στο σώμα που ισορροπούσε κρεμασμένο στο ελατήριο. Το συσσωμάτωμα διανύει  $0,1$  μέτρα μέχρι να μηδενισθεί για πρώτη φορά η ταχύτητα του .

- Να υπολογίσετε το πλάτος ταλάντωσης
- Ν υπολογίσετε την ταχύτητα που απόκτησε το συσσωμάτωμα λόγω της σύγκρουσης
- Να γράψετε την εξίσωση  $x-t$  όπου  $x$  η απομάκρυνση παίρνοντας θετική φορά προς τα κάτω και  $t=0$  τη στιγμή της σύγκρουσης
- Να υπολογίσετε ποια στιγμή μηδενίσθηκε για πρώτη φορά η ταχύτητα του συσσωματώματος
- Όταν το ελατήριο είναι τεντωμένο κατά  $0,5\text{ m}$  και το σώμα πηγαίνει προς τα κάτω να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του συσσωματώματος

$$g=10\text{m/s}^2$$

**Θέμα 4.**

Το σώμα με μάζα  $m_1= 1\text{Kg}$  ισορροπεί όπως φαίνεται στο σχήμα . Το κάτω άκρο του άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο στο έδαφος. Πιέζουμε το σώμα κατακόρυφα έτσι ώστε το ελατήριο να συμπιεσθεί επί πλέον κατά  $0,3\text{ m}$  και στη συνέχεια το αφήνουμε ελεύθερο. Τη στιγμή που διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του για πρώτη φορά συγκρούεται με σώμα που έχει μάζα  $m_2=3\text{Kg}$  το οποίο είχε αφηθεί νωρίτερα από τη θέση Α. Η σύγκρουση είναι πλαστική. Οι ταχύτητες των σωμάτων πριν συγκρουσθούν έχουν ίδιο μέτρο.



Να υπολογίσετε

- τη κυκλική συχνότητα με την οποία ταλαντωνόταν το  $m_1$
- την ταχύτητα με την οποία συγκρούσθηκε το  $m_1$  με το  $m_2$
- Το ύψος  $h$
- Την ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά τη κρούση

5. Τη θέση ισορροπίας του συσσωματώματος  
6. το πλάτος ταλάντωσης που κάνει το συσσωμάτωμα

θεωρείστε θετική φορά **προς τα πάνω**

7. Γράψτε την εξίσωση της απομάκρυνσης του συσσωματώματος από τη θέση ισορροπίας του θεωρώντας  $t=0$  τη στιγμή της σύγκρουσης

$$K=100N/m$$

$$g=10m/s^2$$

### Θέμα 5

Ένα μπουκάλι με πώμα από φελλό είναι τοποθετημένο πάνω στο άκρο ενός κατακόρυφου ελατηρίου ( $K=100N/m$ ) του οποίου το άλλο άκρο είναι στερεωμένο στο έδαφος.

Η μάζα του πώματος είναι  $0,2\text{ Kg}$  και του μπουκαλιού  $4\text{ Kg}$ . Το σύστημα ισορροπεί. Κάποια στιγμή το πώμα εκτινάσσεται προς τα πάνω με ταχύτητα η οποία έχει μέτρο

$$2\sqrt{3}\text{ m/s}$$

1. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας που αποκτά το μπουκάλι αμέσως μετά την εκτίναξη του πώματος
2. Να υπολογίσετε το πλάτος ταλάντωσης που κάνει το μπουκάλι
3. Να γράψετε σωστά την εξίσωση απομάκρυνσης για το μπουκάλι, από τη θέση ισορροπίας του, θεωρώντας  $t=0$  τη στιγμή που εκτινάχθηκε το πώμα ( να πάρετε προς τα πάνω θετική φορά για την απομάκρυνση.)
4. Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του μπουκαλιού τη στιγμή  $0$
5. Να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή που μηδενίζεται η ταχύτητα του μπουκαλιού για πρώτη φορά μετά τη στιγμή  $0$  και να υπολογίσετε την απόσταση του φελλού από το στόμιο του μπουκαλιού τη στιγμή αυτή (αντίσταση αέρα προφανώς αμελείται)

$$g=10m/s^2$$

### Θέμα 6

Το σώμα με μάζα  $4\text{Kg}$  ισορροπεί πάνω σε λείο κεκλιμένο επίπεδο. Στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου ένα σώμα με μάζα  $4\text{Kg}$  έχει ταχύτητα  $5\text{m/s}$ . Κάποια στιγμή ( $t=0$ ) τα σώματα συγκρούονται πλαστικά και το συσσωμάτωμα κάνει ταλάντωση

- a. Να υπολογίσετε την ταχύτητα του συσσωματώματος
- β. Το πλάτος ταλάντωσης

γ. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης του συσσωματώματος από τη ΘΙ και να την παραστήσετε γραφικά, θετική φορά προς τα κάτω

δ. Να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή που μηδενίζεται για πρώτη φορά η ταχύτητα του συσσωματώματος

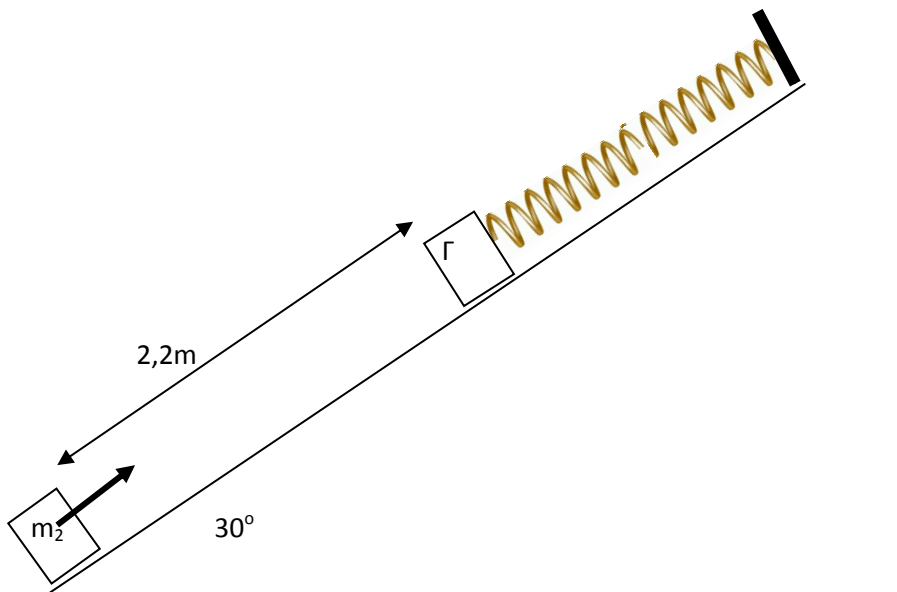
ε. να παραστήσετε γραφικά την απομάκρυνση από τη ΘΙ σε συνάρτηση με το χρόνο

στ. Να παραστήσετε γραφικά την κινητική ενέργεια του συσσωματώματος σε συνάρτηση με το χρόνο

ζ. Να υπολογίσετε τη μεταβολή της ορμής της μάζας 2 κατά τη σύγκρουση

η. Κατά τη σύγκρουση για αμελητέο πρακτικά χρόνο εμφανίζονται αντίθετες δυνάμεις στα δύο σώματα που συγκρούστηκαν  $F_2$  για στη μάζα 2, και  $F_1$  στη μάζα 2, να εξετάσετε αν το άθροισμα των έργων, των δυνάμεων αυτών στο χρονικό διάστημα που ασκούνται αυτές, κάνει μηδέν.

$$K=200\text{N/m}$$



**Θέμα 6** Το σώμα με μάζα  $m_1=0,25\text{Kg}$  και το σώμα με μάζα  $m_2=0,75\text{Kg}$  ισορροπούν στο πάνω άκρο κατακόρυφου ελατηρίου. Μόνο το σώμα με μάζα  $m_2$  είναι δεμένο στο ελατήριο. Να θεωρήσετε τα σώματα σε μια θέση πάνω από τη θέση ισορροπίας, όπου η απομάκρυνση από τη θέση αυτή είναι  $\chi$

$$K=25\text{N/m}$$

1.

α. βρείτε συνάρτηση από την οποία υπολογίζουμε τη μέτρο της δύναμης επαφής που δέχεται το σώμα με μάζα  $m_1$  σε συνάρτηση με τη ποσότητα  $x$ , θεωρώντας ότι τα σώματα κανουν απλή αρμονική ταλάντωση, χωρίς να χάνεται η επαφή, θεωρείστε θετική φορά προς τα πάνω. (πρέπει να υπολογίσετε τη σταθερά επαναφοράς για το  $m_1$ )

β. Υπολογίστε τη θέση (απόσταση από  $\Theta\text{I}$ ) που μπορεί να χαθεί η επαφή των σωμάτων όταν τεθούν σε ταλάντωση

2. θεωρείστε ότι τα σώματα ισορροπούν πάνω στο ελατήριο. Πιέζουμε τα δύο σώματα ώστε να συμπιεστεί επιπλέον κατά  $0,6\text{m}$  και στη συνέχεια τη στιγμή  $0$  τα αφήνουμε ελεύθερα

α. γράψτε την εξίσωση απομάκρυνσης των δύο σωμάτων από τη  $\Theta\text{I}$  και υπολογίστε την ταχύτητα των σωμάτων τη στιγμή που χάνεται η επαφή

β. υπολογίστε το χρονικό διάστημα που κινήθηκαν τα σώματα από τη στιγμή  $0$ , μέχρι τη στιγμή που χάθηκε η επαφή

γ. υπολογίστε το χρονικό διάστημα από τη στιγμή που χάθηκε η επαφή μέχρι να μηδενιστεί η ταχύτητα του σώματος με μάζα  $m_1$

δ. Το σώμα  $m_2$  που είναι δεμένο στο ελατήριο μετά το χάσιμο επαφής θα συνεχίσει την ταλάντωση του. Πόση είναι η ολική ενέργεια που έχει

$$\text{δίνονται } \eta\mu\frac{7\pi}{30} = \frac{2}{3} \quad g=10\text{m/s}^2$$

$$\text{Απ} \quad \alpha. F=2,5-6,25\chi \quad v = \sqrt{5}m/s$$

β.  $\chi=0,4\text{m}$  όταν τα σώματα βρίσκονται στη θέση που το ελατήριο έχει το φυσικό μήκος)

γ.

δ.  $3\text{J}$

**Θέμα 7** Η σανίδα και το σώμα με μάζα  $m_1$  ισορροπούν ακίνητα. Το άκρο της σανίδας είναι δεμένο με σχοινί. Η σταθερά του ελατηρίου είναι  $K=64\text{N}$ . Το σχοινί είναι περασμένο μέσα από μια τρύπα ώστε να είναι χαλαρό και η άλλη άκρη ελεύθερη. Το μήκος του σχοινιού είναι  $2\text{m}$  και το σώμα βρίσκεται πολύ κοντά στο άκρο του ελατηρίου. Κάποια στιγμή δίνουμε κατάλληλα ταχύτητα  $4\text{m/s}$  στο σώμα οπότε σώμα και σανίδα αρχίζουν να κινούνται. Η σανίδα δεν εμφανίζει τριβή με το δάπεδο ενώ μεταξύ το σώματος σανίδας εμφανίζεται τριβή ολίσθησης  $\mu=0,3$ . Μάζα της σανίδας είναι  $3\text{Kg}$  και μήκος  $2,4\text{m}$

α. να υπολογίσετε τη κοινή ταχύτητα σώματος- σανίδας και τη χρονική στιγμή  $t_1$  που επιτυγχάνεται αυτό, θεωρείστε  $t=0$  τη στιγμή που δώσαμε ταχύτητα στο σώμα με μάζα  $m_1=1\text{Kg}$

β. το ρυθμό μεταβολής της ταχύτητας της σανίδας και του σώματος

γ. Το διάστημα που θα έχουν διανύσει το καθένα μέχρι τη στιγμή που θα αποκτήσουν κοινή ταχύτητα. Μέχρι να αποκτήσουν κοινή ταχύτητα τα σώματα δεν έχει αρχίσει να τεντώνεται το ελατήριο

δ. τη θερμότητα που θα αναπτυχθεί μέχρι τη στιγμή  $t_1$

ε. Όταν ακινητοποιηθεί το σώμα ως προς τη σανίδα, πόσο θα απέχει από το άκρο  $H$  της σανίδας

στ. . Όταν αρχίσει να κινείται η σανίδα τραβά και το σχοινί μαζί της, κάποια στιγμή η ελεύθερη άκρη του σχοινιού γαντζώνεται στο άκρο  $Z$  του ελατηρίου και αρχίζει να τεντώνεται το ελατήριο. Να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή  $t_2$  που θα αρχίσει να τεντώνεται το ελατήριο

ζ. το είδος κίνησης που θα κάνουν τα δύο σώματα από τη στιγμή που θα αρχίσει να τεντώνεται το ελατήριο

η. την ενέργεια του ελατηρίου όταν αρχίσει να γλιστρά το σώμα πάνω στη σανίδα. Η μέγιστη στατική τριβή μεταξύ σώματος σανίδας είναι ίση με την τριβή ολίσθησης

θ. επαναλαμβάνουμε τη διαδικασία(δηλ δίνουμε ταχύτητα  $4\text{m/s}$  στο σώμα  $m_1$ ) με άλλο ελατήριο και πετυχαίνουμε να μη γλιστρήσει το σώμα με μάζα  $m_1$  καθώς επιβραδύνεται το συσσωμάτωμα από το ελατήριο, μέχρι να μηδενιστεί η ταχύτητα του. Ποια είναι η μέγιστη τιμή του  $K$  του ελατηρίου και πόση είναι η μέγιστη επιμήκυνση του ελατηρίου

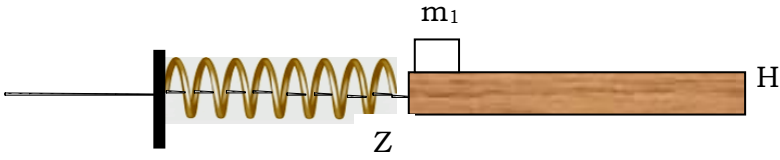
ι. με τα δεδομένα του προηγούμενου ερωτήματος πόσος χρόνος μεσολαβεί από το πρώτο μηδενισμό της ταχύτητας του συσσωμάτωματος μέχρι το δεύτερο

$$g=10\text{m/s}^2$$

Απ

$$u=1\text{m/s}, 3\text{m/s}^2, 1\text{m/s}^2 \quad x_{\text{σαν}}=0,5\text{m} \quad \chi_{\text{σωματος}}=2,5\text{m} \quad Q=6\text{J}$$
$$d=0,5\text{m} \quad t=2,5\text{s} \quad U_{\text{ελατηρ}}=9/8\text{J} \quad K_{\text{max}}=36\text{N/m} \quad \chi_{\text{max}}=1/3\text{m}$$

$$(\pi/3+2)\text{s}$$





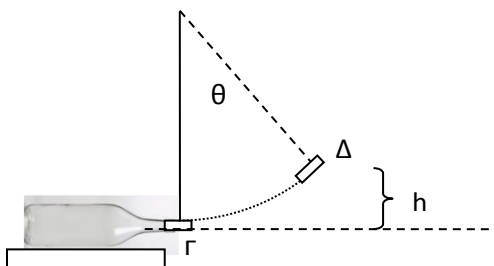
**Θέμα 8** Δένουμε ένα μικρό σώμα ( $M=1,9\text{Kg}$ ) στο άκρο ενός σχοινοῦ με μήκος  $1,4\text{m}$  και το άλλο άκρο του σχοινοῦ σε σταθερό σημείο. Το σώμα ισορροπεί σε ένα σημείο  $\Delta$  με το σχοινί κατακόρυφο. Ένα βλήμα με μάζα  $0,1\text{Kg}$  κινείται οριζόντια και σφηνώνεται στο σώμα. Η ταχύτητα του συσσωματώματος στο κατώτατο σημείο δεν ήταν επαρκής και το συσσωμάτωμα σε ένα σημείο  $\Gamma$  έφυγε από τη κυκλική τροχιά δηλ καλάρωσε το σχοινί. Το σημείο  $\Gamma$  βρίσκεται  $2,1\text{ m}$  ψηλότερα από την κατώτερη θέση  $\Delta$

- α. Στο σημείο  $\Gamma$  ποιες ή ποια δύναμη ασκείται στο σώμα
- β. δείξτε ότι στο σημείο  $\Gamma$  ότι η κεντρομόλος δύναμη είναι ίση με το μισό του βάρους.
- γ. Υπολογίστε το μέτρο της ταχύτητας στο σημείο  $\Gamma$
- δ. Υπολογίστε το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος στο σημείο  $\Delta$
- ε. Υπολογίστε το μέτρο της ταχύτητας του βλήματος
- στ. Υπολογίστε το ποσοστό της κινητικής ενέργειας του βλήματος έγινε θερμότητα
- ζ. υπολογίστε τη μεταβολή της ορμής του βλήματος κατά την κρούση

### Θέμα 9°

Δένουμε ένα μικρό φελλό(με μάζα  $100\text{g}$ ) στο άκρο ενός σχοινοῦ με μήκος  $1,8\text{m}$  και το άλλο άκρο του σχοινοῦ σε σταθερό σημείο όπως φαίνεται στο σχήμα . Το μπουκάλι περιέχει λίγο αιώρα οπότε λόγω θέρμανσης κάποια στιγμή εκτοξεύεται ο φελλός και κάνει κυκλική κίνηση σε κατακόρυφο επίπεδο. Η ταχύτητα του φελλού μηδενίζεται στη θέση  $\Delta$  όπου το σχοινί σχηματίζει γωνία  $\theta=60^\circ$  με την κατακόρυφη

$$g = 10\text{m/s}^2$$



- α. σχεδιάστε τις δυνάμεις που δέχεται ο φελλός στο σημείο  $\Gamma$ , τη στιγμή που αποκολλάται από το μπουκάλι και γράψτε μια σχέση που συνδέει τα μέτρα των

δυνάμεων αυτών με τη κεντρομόλο δύναμη

β. υπολογίστε το ύψος  $h$

γ. υπολογίστε την ταχύτητα εκτόξευσης του φελλού

δ. υπολογίστε την κεντρομόλο δύναμη τάση του σχοινιού τη στιγμή που αποχωρίστηκε ο φελλός από το μπουκάλι

ε. υπολογίστε την ορμή που απέκτησε το μπουκάλι

### Θέμα 10

Δένουμε ένα μικρό σώμα ( $M=0,9\text{Kg}$ ) στο άκρο ενός σχοινιού με μήκος  $0,5\text{m}$  και το άλλο άκρο του σχοινιού σε σταθερό σημείο. Το σώμα ισορροπεί σε ένα σημείο  $\Delta$  με το σχοινί κατακόρυφο. Ένα βλήμα με μάζα  $0,1\text{Kg}$  κινείται οριζόντια, σφηνώνεται στο σώμα, έχοντας ταχύτητα (πριν τη σύγκρουση) με μέτρο  $60\text{m/s}$ .

α. Να υπολογίσετε τη μεταβολή της ορμής του συσσωματώματος από την τη στιγμή που αποκτήθηκε η κοινή ταχύτητα, έως ότου βρεθεί στην ανώτερη θέση.

β. Καθώς κινείται το συσσωμάτωμα κάποια στιγμή βρίσκεται σε μια θέση  $0,55\text{m}$  ψηλότερα από την αρχική θέση. Να υπολογίσετε τη μεταβολή της ορμής του από την τη στιγμή που αποκτήθηκε η κοινή ταχύτητα έως τη θέση  $\Gamma$

$$g=10\text{m/s}^2$$

**Θέμα 11**

Το σώμα με μάζα  $m_2=0,75 \text{ Kg}$  ισορροπεί. Πάνω από το σώμα και από ύψος  $h$  αφήνουμε μια μπίλια με μάζα  $m_1$  η οποία συγκρούεται τη στιγμή 0 πλαστικά με τη μάζα  $m_2$ . Το συσσωμάτωμα κάνει απλή αρμονική ταλάντωση και η αρχική του φάση είναι ίση με  $11\pi/6 \text{ rad}$

Η μεταβολή της ορμής της μπίλιας κατά τη σύγκρουση έχει μέτρο ίσο με  $\frac{3\sqrt{3}}{8} \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}$ . Στη κατώτερη θέση η δύναμη επαφής ανάμεσα στη μπίλια και τη μάζα  $m_2$  έχει μέτρο ίσο με  $15/2 \text{ (N)}$ .

1. Να υπολογίσετε με όποια σειρά θέλετε τα παρακάτω ερωτήματα:

Μάζα  $m_1$ , κυκλική συχνότητα ταλάντωσης, πλάτος ταλάντωσης, σταθερά του ελατηρίου, κοινή ταχύτητα ύψος που αφέθηκε η μπίλια

2. να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή που μηδενίζεται η ταχύτητα του συσσωματώματος για πρώτη φορά.

3. το ποσοστό της κινητικής ενέργειας της μπίλιας που έγινε θερμότητα

4. κάποια στιγμή το συσσωμάτωμα έχει διανύσει  $0,2\text{m}$  και βρίσκεται στη θέση Γ. Να υπολογίσετε στη θέση αυτή:

α. Το μέτρο της δύναμης επαφής μεταξύ της μπίλιας και του σώματος με μάζα  $m_2$

β. Τη δύναμη που ασκεί το άκρο του ελατηρίου στο έδαφος

γ. Το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του συσσωματώματος

δ. Το ρυθμό μεταβολής της δυναμικής ενέργειας του ελατηρίου

5. να παραστήσετε γραφικά την κινητική ενέργεια του συσσωματώματος σε συνάρτηση με το χρόνο

6. Να παραστήσετε γραφικά την αριθμητική τιμή της δύναμης που δέχεται το οριζόντιο δάπεδο από την άλλη άκρη του ελατηρίου

7. από ποιο ύψος πάνω από τη μάζα  $m_2$  έπρεπε να αφήσουμε τη μπίλια έτσι ώστε να υπάρχει στιγμή που να μηδενίζεται η δύναμη που ασκεί το ελατήριο στο δάπεδο

1.  $m_1=0,25\text{Kg}$   $\omega=5\text{rad/s}$   
 $K=25\text{N/m}$

2.  $t = \frac{2\pi}{15} \text{ s}$

$$v_k = \frac{\sqrt{3}}{2} \left( \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)$$

3. 75%

4.

α.  $F = 25/8(N)$

β.  $12,5(N)$

γ.  $\frac{5\sqrt{3} J}{4 s}$

δ.  $\frac{25\sqrt{3} J}{4 s}$

$$F = 10 + 25x$$

$$K = 0,5\sigma v^2 \left(5t - \frac{11\pi}{6}\right)$$

**7. h=3m****Θέμα 12.**

Δύο πολύ μικρά σφαιρίδια α και β είναι δεμένα σε σχοινιά που έχουν το ίδιο μήκος. Η μάζα του σφαιριδίου α είναι ίση με  $m_1$  και του β με  $m_2$ . Οι ελεύθερες άκρες των σχοινιών δένονται σε σταθερό σημείο. Κρατάμε τα σφαιρίδια ώστε να τα σχοινιά να είναι οριζόντια δηλ να σχηματίζουν γωνία  $180^\circ$  και κάποια στιγμή τα αφήνουμε ελεύθερα. Τα σφαιρίδια συγκρούονται στη κατώτερη θέση έχοντας ταχύτητα με μέτρο  $u_0$ . Το διάνυσμα που δείχνει τη μεταβολή της ορμής για το σφαιρίδιο α έχει μέτρο  $3m_1u_0$ .

α. να υπολογίσετε το λόγο των μαζών

β. την ταχύτητα του άλλου σφαιριδίου μετά τη κρούση.

γ. να εξετάσετε αν η κρούση είναι ελαστική

δ. μετά τη κρούση το σφαιρίδιο α βρίσκεται στο ψηλότερο σημείο εκτελώντας κυκλική τροχιά. Δείξτε ότι σ αυτό το σημείο η τάση του σχοινιού είναι ίση με  $3 m_1 g$ .

ε. Να υπολογίσετε τις ταχύτητες των σφαιριδίων μετά τη δεύτερη κρούση και το ποσοστό της κινητικής ενέργειας του α που μεταβιβάστηκε στο β κατά τη κρούση αυτή

Απ

α.  $\frac{m_1}{m_2} = 3$

13

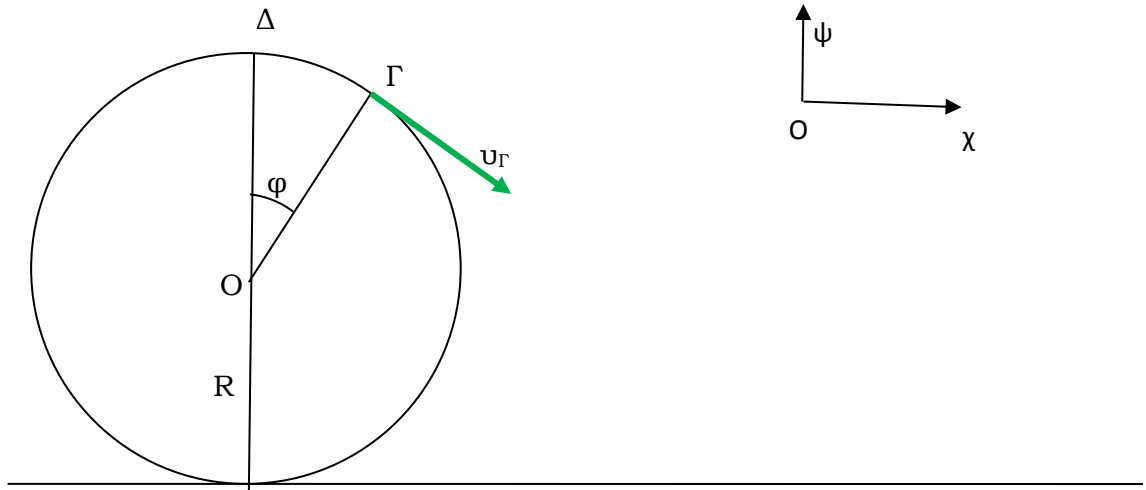
β. 0

γ. ελαστική

ε.  $u_0$   $-u_0$  75%

### Θέμα 13°

Στο ανώτερο σημείο Δ μιας πολύ καλά γυαλισμένης μπίλιας( οπότε



ΟΓ:  
επιβατική  
ακτίνα για  
το σημείο Γ

δεν λαμβάνουμε υπόψη τριβές) τοποθετούμε ένα παγάκι. Το παγάκι ολισθαίνει κάνοντας κυκλική κίνηση πάνω στη σφαιρική επιφάνεια και σε ένα σημείο Γ χάνει την επαφή του κτυπώντας στο δάπεδο που πατά η μπίλια.

**α.** να αποδείξετε ότι:

$$\sigma\upsilon\nu\phi = \frac{2}{3}$$

(υπόδειξη βρείτε στο σημείο Γ την κεντρομόλο δύναμη.)

**β.** Να αποδείξετε ότι το **μέτρο** της δύναμης επαφής που δέχεται το παγάκι από τη μπίλια σε μια θέση υπολογίζεται από τη σχέση  $F=3mg\sin\theta-2mg$  όπου  $\theta$  η γωνία που σχηματίζει η επιβατική ακτίνα με την κατακόρυφη

Επαληθεύστε τη σχέση αυτή για το σημείο Δ και για το σημείο Γ

**γ.** αν λάβουμε υπόψη τριβές η γωνία στην οποία έχουμε χάσιμο επαφής που θα βρούμε θα είναι μεγαλύτερη ή ίση με τη  $\varphi$  ; δικαιολογείστε επαρκώς

**δ.** βρείτε τις συνιστώσες της ταχύτητας στο σημείο Γ και στο σημείο Ζ (Ζ σημείο πρόσκρουσης στο έδαφος) σαν συνάρτηση της ακτίνας R

ε. υποθέστε ότι η μπίλια έχει διάμετρο 21,6 εκατοστά και ότι το παγάκι έχει μάζα 100g. Να υπολογίσετε τη μεταβολή της ορμής για το παγάκι από τη θέση Γ μέχρι να κτυπήσει στο οριζόντιο δάπεδο που πατά η μπίλια.

πάρτε  $\sqrt{3,6} \cong 1,89$

**Απαν**

$$v_{\Gamma} = \sqrt{\frac{2gR}{3}} \quad v_{\chi(\sigma\eta\mu\ \Gamma)} = \sqrt{\frac{8gR}{27}} \quad v_{\psi(\sigma\eta\mu\ \Gamma)} = \sqrt{\frac{10gR}{27}} = 0,66m/s$$

$$v_{Z(\sigma\tau\omicron\ \delta\alpha\pi)} = 2\sqrt{gR} \quad v_{\psi(\sigma\eta\mu\ Z)} = \sqrt{\frac{100gR}{27}} = 2m/s$$

