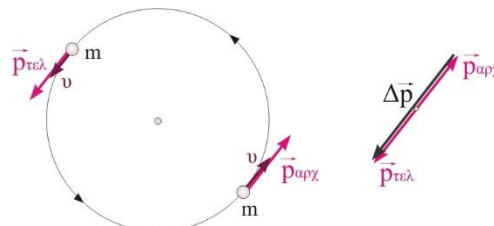


ΜΑΘΗΜΑ 2.1 –ΟΡΜΗ- 2^{ος} ΝΟΜΟΣ ΝΕΥΤΩΝΑ

Φαινόμενα	<p>Ένας αθλητής του άλματος επί κοντό προσγειώνεται πάνω σε στρώμα και όχι σε σκληρό δάπεδο. Όταν πηδάμε από μια καρέκλα στο δάπεδο λυγίζουμε τα γόνατα για να μην τραυματιστούμε. Ένας ψαράς που έχει πιάσει ένα μεγάλο ψάρι στην πετονιά του, την τραβάει σιγά-σιγά για να μην του κοπεί. Ένας κολυμβητής που πέφτει από ψηλά στη θάλασσα με την κοιλιά νοιώθει έντονο πόνο.</p> <p>Όλα τα παραπάνω φαινόμενα έχουν κοινό γνώρισμα τη μεταβολή της κίνησης και μπορούν να ερμηνευτούν με τη χρήση της έννοιας της ορμής.</p>	
Έννοια	<p>Ορμή</p> $\vec{p} = m\vec{v}$	<p>Ορίζουμε ορμή \vec{p} ενός σώματος μάζας m που κινείται με ταχύτητα \vec{v} το φυσικό διανυσματικό μέγεθος</p> $\vec{p} = m\vec{v}$ <p>Έτσι, το μέτρο της ορμής ενός σώματος βρίσκεται από τη σχέση</p> $p = mv$ <p>και το διάνυσμά της έχει την ίδια κατεύθυνση με αυτό της ταχύτητας. Μονάδα μέτρησης της ορμής στο SI είναι το kgm/s.</p> <p>Η χρήση του φυσικού μεγέθους της ορμής διευκολύνει όχι μόνο τη μελέτη της μεταβολής κίνησης του ενός σώματος, αλλά όπως θα δούμε στη συνέχεια είναι το βασικό φυσικό μέγεθος για τη μελέτη των κρούσεων. Για την εύρεση της μεταβολής της ορμής ενός σώματος ακολουθούμε τον κανόνα αφαίρεσης διανυσμάτων.</p> <div style="text-align: center;">  <p>Σχήμα 2.1</p> <p>Ένα σώμα που εκτελεί κυκλική ομαλή κίνηση μεταβάλλει συνεχώς την ορμή του</p> <p>Η μεταβολή της ορμής $\Delta\vec{p}$ του σώματος βρίσκεται ακολουθώντας του νόμους της αφαίρεσης διανυσμάτων.</p> </div>

Σχέση δύναμης και μεταβολής της Ορμής

$$\vec{\Sigma F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$$

Από τον ορισμό της ορμής προκύπτει ότι για να μεταβληθεί η ορμή ενός σώματος πρέπει να μεταβληθεί η ταχύτητά του. Για να συμβεί αυτό πρέπει να του ασκηθεί δύναμη.

Η σχέση μεταξύ της μεταβολής της ορμής και της δύναμης προκύπτει εύκολα από το συνδυασμό του θεμελιώδους νόμου της μηχανικής

$$\vec{\Sigma F} = m\vec{a}$$

και της σχέσης που ορίζει την επιτάχυνση, $\vec{a} = \frac{\vec{v}_{\text{τελ}} - \vec{v}_{\text{αρχ}}}{\Delta t}$

$$\vec{\Sigma F} = m \frac{\vec{v}_{\text{τελ}} - \vec{v}_{\text{αρχ}}}{\Delta t} = \frac{m\vec{v}_{\text{τελ}} - m\vec{v}_{\text{αρχ}}}{\Delta t} \quad \eta' \quad \vec{\Sigma F} = \frac{\vec{p}_{\text{τελ}} - \vec{p}_{\text{αρχ}}}{\Delta t} \quad \eta'$$

$$\vec{\Sigma F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} \quad (2.1)$$

Η σχέση 2.1 αποτελεί τη γενικευμένη μαθηματική διατύπωση του 2^{ου} νόμου του Νεύτωνα και είναι γενικότερη από την $\vec{\Sigma F} = m\vec{a}$, καθώς ισχύει και όταν η μάζα του σώματος δεν παραμένει σταθερή.

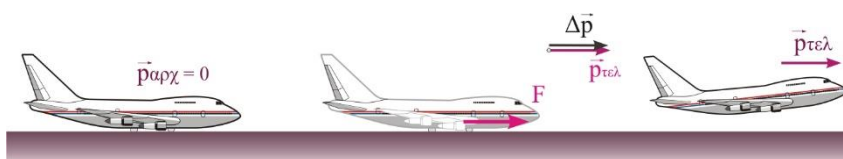
Η προσεκτική παρατήρηση της σχέσης $\vec{\Sigma F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$ μας οδηγεί στα

εξής τρία συμπεράσματα:

-κάθε φορά που ασκείται δύναμη σε ένα σώμα, προκαλείται μεταβολή στην ορμή του και αντίστροφα,

-το διάνυσμα της συνισταμένης δύναμης, $\vec{\Sigma F}$ και αυτό της μεταβολής της ορμής, $\Delta \vec{p}$, έχουν πάντα την ίδια κατεύθυνση.

-για δοσμένη μεταβολή ορμής, η τιμή της συνισταμένης δύναμης και η χρονική διάρκεια είναι ποσά αντιστρόφως ανάλογα.



Σχήμα 2.2

Το αεροπλάνο απογειώνεται μεταβάλλοντας την ορμή του. Η ασκούμενη F και η προκαλούμενη $\Delta \vec{p}$ έχουν πάντα την ίδια κατεύθυνση.

Η σχέση (2.1) στην περίπτωση που τα διανύσματα της αρχικής και τελικής ορμής βρίσκονται πάνω στον ίδιο άξονα γράφεται

$$\Sigma F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{p_{\text{τελ}} - p_{\text{αρχ}}}{\Delta t} \quad (2.2)$$

με τα $p_{\text{τελ}}, p_{\text{αρχ}}$ να δηλώνουν αλγεβρικές τιμές.

Μεθοδολογία	Μεθοδολογία εφαρμογής του νόμου $\Sigma \vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$	<p>Η εφαρμογή της γενικευμένης μαθηματικής διατύπωσης του 2^{ου} νόμου του Νεύτωνα , $\Sigma \vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$, διευκολύνει πολύ τη μελέτη φαινομένων που περιέχουν μεταβολή της κίνησης ενός σώματος, π.χ προσγείωση αεροπλάνου, κτύπημα ρακέτας σε μπαλάκι, κλότσημα μπάλας και πολλά άλλα. Όταν αρχική* και τελική ταχύτητα βρίσκονται πάνω στον ίδιο άξονα, για να εφαρμόσουμε το νόμο κάνουμε τρία βήματα, υπολογίζουμε το Δp, γράφουμε την έκφραση για το ΣF , αντικαθιστούμε στον τύπο. Αναλυτικά ακολουθούμε την εξής διαδικασία:</p> <ul style="list-style-type: none"> -Σχεδιάζουμε το σώμα στην αρχική , τελική θέση και μια τυχαία ενδιάμεση . - Σχεδιάζουμε το διάνυσμα της ταχύτητας του σώματος στην αρχική και τελική θέση. -Ορίζουμε θετικά και αρνητικά στον άξονα που βρίσκονται οι ταχύτητες. Συνήθως παίρνουμε θετικά στην κατεύθυνση της τελικής ταχύτητας. -Βρίσκουμε τη μεταβολή της ορμής του σώματος. - Σχεδιάζουμε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα, στην τυχαία ενδιάμεση θέση. - Βρίσκουμε τη ΣF των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα στη χρονική διάρκεια Δt και έχουν φορέα ίδιο με αυτό των ταχυτήτων. <p>-Εφαρμόζουμε τη σχέση $\Sigma F = \frac{P_{\text{τελ}} - P_{\text{αρχ}}}{\Delta t}$</p> <p>Να μην ξεχνάμε ότι: τα διανύσματα των , $\Sigma \vec{F}$ και της μεταβολής της ορμής , $\Delta \vec{p}$, έχουν πάντα την ίδια κατεύθυνση. - όταν στη σχέση (2.2) αντικαταστήσουμε το Δt με αριθμό, η τιμή που προκύπτει για την ΣF είναι η μέση τιμή της στη χρονική διάρκεια Δt.</p> <p>*Μόνο αυτές τις περιπτώσεις θα συναντήσουμε σε αυτήν την τάξη.</p>
--------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Παράδειγμα 1.

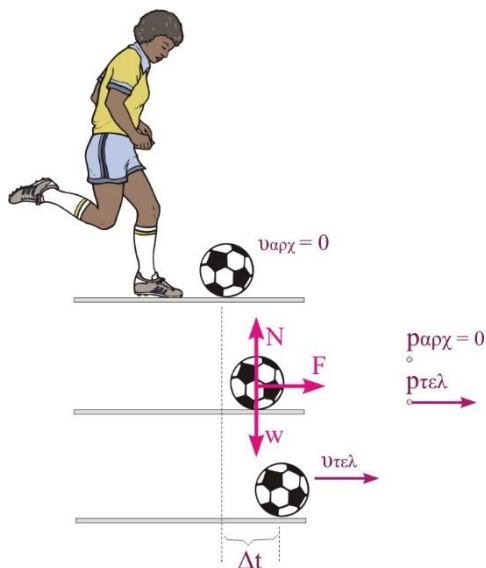
Μια ακίνητη μπάλα ποδοσφαίρου δέχεται μια δυνατή κλωτσιά και αποκτά ταχύτητα $u = 20\text{m/s}$. Κατά την κλωτσιά, η μπάλα βρίσκεται σε επαφή με το παπούτσι του ποδοσφαιριστή για χρονικό διάστημα $0,01\text{s}$. Αν γνωρίζουμε ότι η μπάλα έχει μάζα $m = 0,425\text{kg}$, να βρεθεί

α. η μεταβολή της ορμής της μπάλας.

β. η μέση δύναμη που ασκεί το παπούτσι στη μπάλα.

Απάντηση

A) Στο σχήμα δείχνεται η μπάλα στην αρχική θέση (όταν είναι ακίνητη), στην τελική θέση (αφού χάνει την επαφή με το παπούτσι) και μια τυχαία ενδιάμεση (όταν είναι σε επαφή με το παπούτσι).



- Η μπάλα αρχικά δεν έχει ταχύτητα, τελικά αποκτά ταχύτητα προς τα δεξιά.

- Ορίζουμε πρόσημο στον άξονα κίνησης, τα θετικά προς τα δεξιά.

Η μεταβολή της ορμής της μπάλας είναι

$$\Delta p = p_{\text{τελ}} - p_{\text{αρχ}} = m v_{\text{τελ}}$$

Επειδή ορίσαμε τα θετικά προς τα δεξιά η αριθμητική αντικατάσταση δίνει $\Delta p = 0,425\text{kg} \cdot 20\text{m/s}$ ή $\Delta p = 8,5\text{kgm/s}$

Άρα, η μεταβολή της ορμής της μπάλας έχει μέτρο $8,5\text{kgm/s}$ και φορά προς τα δεξιά.

B)

-Οι δυνάμεις που ασκούνται στην μπάλα είναι το βάρος της w , η δύναμη στήριξης N από το έδαφος και η F από το παπούτσι του αθλητή προς τα δεξιά.

-Η ΣF των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα στη χρονική διάρκεια Δt στον άξονα των ταχυτήτων είναι ίση με F , $\Sigma F = F$

Αντικαθιστούμε στον 2^ο νόμο του Νεύτωνα:

$$\Sigma F = \frac{p_{\text{τελ}} - p_{\text{αρχ}}}{\Delta t} = \frac{8,5\text{kgm/s}}{0,01\text{s}} \quad \eta' \quad F = 850\text{N}$$

Άρα, η μέση δύναμη που ασκείται στην μπάλα έχει μέτρο 850N και φορά προς τα δεξιά.

Παράδειγμα 2.

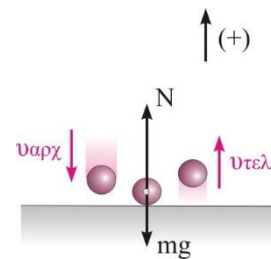
Μια χαλύβδινη σφαίρα μάζας $m=0,4\text{kg}$ αφήνεται να πέσει από κάποιο ύψος. Η σφαίρα προσπίπτει με ταχύτητα μέτρου 10m/s σε οριζόντιο λείο δάπεδο και ανακλάται με ταχύτητα ίδιου μέτρου. Η διάρκεια επαφής της σφαίρας με το δάπεδο είναι $0,1\text{s}$.

A. Να βρεθεί η μεταβολή της ορμής της σφαίρας κατά το κτύπημά της στο δάπεδο.

B. Να βρεθεί η μέση δύναμη που ασκεί το δάπεδο στη σφαίρα.

Απάντηση

A) Στο σχήμα δείχνεται η σφαίρα στην αρχική θέση (ελάχιστα πριν κτυπήσει στο δάπεδο), στην τελική θέση (ελάχιστα αφού εγκαταλείψει το δάπεδο) και μια τυχαία ενδιάμεση θέση (όταν είναι σε επαφή με το δάπεδο).



- Η μπάλα έχει ταχύτητα αρχικά με φορά προς τα κάτω και τελικά αποκτά ταχύτητα με φορά προς τα πάνω.

- Ορίζουμε πρόσημο στον άξονα κίνησης, τα θετικά προς τα πάνω.

Η μεταβολή της ορμής της μπάλας είναι $\Delta p = p_{\text{τελ}} - p_{\text{αρχ}} = m v_{\text{τελ}} - m v_{\text{αρχ}}$.

Επειδή ορίσαμε τα θετικά προς τα πάνω η αριθμητική αντικατάσταση δίνει

$$\Delta p = 0,4\text{kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 0,4\text{kg} \cdot \left(-10 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) \quad \eta' \quad \Delta p = 8\text{kgm/s}$$

Άρα, η μεταβολή της ορμής της σφαίρας έχει μέτρο $8,5\text{kgm/s}$ και φορά προς τα πάνω.

B)

-Οι δυνάμεις που ασκούνται στην μπάλα στη χρονική διάρκεια Δt είναι το βάρος της w (προς τα κάτω) και η δύναμη στήριξης N από το δάπεδο (προς τα πάνω).

-Η ΣF των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα στη χρονική διάρκεια Δt , σύμφωνα με το πρόσημο που επιλέξαμε είναι $\Sigma F = N - w$.

Αντικαθιστούμε στον 2^ο νόμο του Νεύτωνα:

$$\Sigma F = \frac{p_{\text{τελ}} - p_{\text{αρχ}}}{\Delta t} = \frac{\Delta p}{\Delta t} \quad \eta' \quad \Sigma F = \frac{8\text{kgm/s}}{0,01\text{s}} \quad \eta' \quad \Sigma F = 800\text{N}$$

$$N - mg = 800\text{N} \quad \eta' \quad N = 804\text{N}$$

Άρα, η μέση δύναμη που ασκείται στην μπάλα από το δάπεδο είναι 804N με φορά προς τα πάνω.