

### Επαναληπτικό 3 Ζήτημα 1<sup>ο</sup>

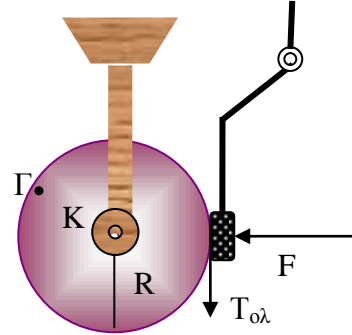
1. Ένας τροχός περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα με γωνιακή ταχύτητα  $\omega_0$ . Η φορά περιστροφής είναι ίδια με αυτή των δεικτών του ρολογιού. Κάποια στιγμή ενεργούμε στο φρένο ασκώντας δύναμη με μέτρο  $F$  όπως φαίνεται στο σχήμα

α) Η δύναμη τριβής ολίσθησης που δέχεται ο τροχός έχει τη κατεύθυνση που δείχνει το σχήμα

β) Το έργο της τριβής ολίσθησης είναι μηδέν για μια περιστροφή

γ) Η στροφορμή του τροχού μειώνεται και ο ρυθμός μείωσης έχει μέτρο ίσο με  $\mu FR$

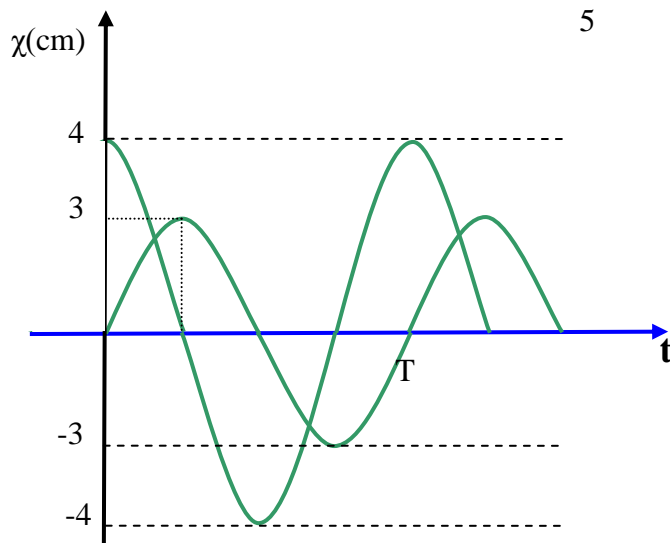
δ) Το σημείο  $\Gamma$  έχει επιβράδυνση με μέτρο ίσο με  $\frac{v^2}{R}$  όπου  $v$  το μέτρο της ταχύτητας του σημείου  $\Gamma$



3. Ένα σύστημα ελατηρίου –μάζας έχει απόσβεση. Απομακρυνούμε το σώμα από τη θέση ισορροπίας κατά 10 εκατοστά και το αφήνουμε ελεύθερο οπότε μετά από μια περίοδο το πλάτος του είναι 8 εκατοστά, τότε μετά από μια περίοδο ακόμη :

- το πλάτος του θα είναι 6 εκατοστά
- το πλάτος του θα είναι 6,4 εκατοστά
- το πλάτος δεν μπορεί να υπολογισθεί γιατί λείπουν δεδομένα

4. Ένα σώμα κάνει ταυτόχρονα δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις στην ίδια διεύθυνση γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας με την ίδια συχνότητα. Η απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας, σε συνάρτηση με το χρόνο, αν έκανε μόνο τη μία ή την άλλη φαίνονται στο επόμενο σχήμα



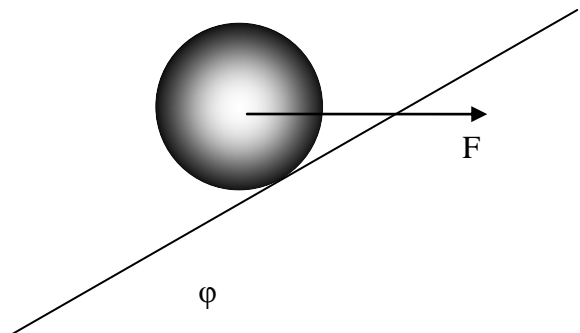
Οι παρακάτω προτάσεις αναφέρονται μιση περίπτωση που κάνει και τις δύο ταλαντώσεις ταυτόχρονα:

- Το πλάτος ταλάντωσης είναι 7 εκατοστά
- Η εξίσωση της απομάκρυνσης από τη θέση ισορροπίας είναι  $x = 5\eta\mu(\omega t + \frac{\pi}{4})$
- τη στιγμή  $T/4$  η απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας είναι 4 εκατοστά
- Η ολική ενέργεια του ταλαντωτή είναι μεγαλύτερη από το άθροισμα των ολικών ενεργειών που είχε όταν έκανε ξεχωριστά τη κάθε ταλάντωση
- Το μέτρο της επιτάχυνσης τη στιγμή  $T/4$  είναι  $3\omega^2$  (cm/s<sup>2</sup>) όπου  $\omega$  η κυκλική συχνότητα του ταλαντωτή σε rad./sec

5 .

Στη σφαίρα που δείχνει το σχήμα ασκείται η δύναμη  $F$  και κυλίνεται προς τα πάνω χωρίς να ολισθαίνει. Το κέντρο μάζας επιταχύνεται τότε: **(βάλτε  $\Sigma$  ή  $\Lambda$  μπροστά από κάθε πρόταση)**

(Η ροπή αδράνειας της σφαίρας ως προς το κέντρο μάζας είναι  $2/5mR^2$ )



- Η έργο της στατικής τριβής για μια περιστροφή που δέχεται είναι ίσο με  $T(\pi R)$
- στατική τριβή έχει κατεύθυνση ίδια με τη κατεύθυνση που έχει η επιτάχυνση του κέντρου μάζας
- ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας λόγω περιστροφής, κάποια στιγμή που η κυκλική συχνότητα είναι  $\omega$  είναι ίσος με είναι  $Tv_{cm}$
- ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας σφαίρας λόγω μεταφορικής κίνησης είναι ίσος με  $(F\sin\phi - mg\eta\mu\phi) v_{cm}$
- σε κάθε στιγμή ο λόγος  $\frac{K_{μστ}}{K_{περ}}$  είναι ίσος με 2

### Ζήτημα 2<sup>ο</sup>

1 Στη εικόνα φαίνεται ένα τρακτέρ στο οποίο κινητήριοι είναι οι πίσω τροχοί (δηλαδή ο κινητήρας ασκεί ροπή μόνο στους πίσω τροχούς)



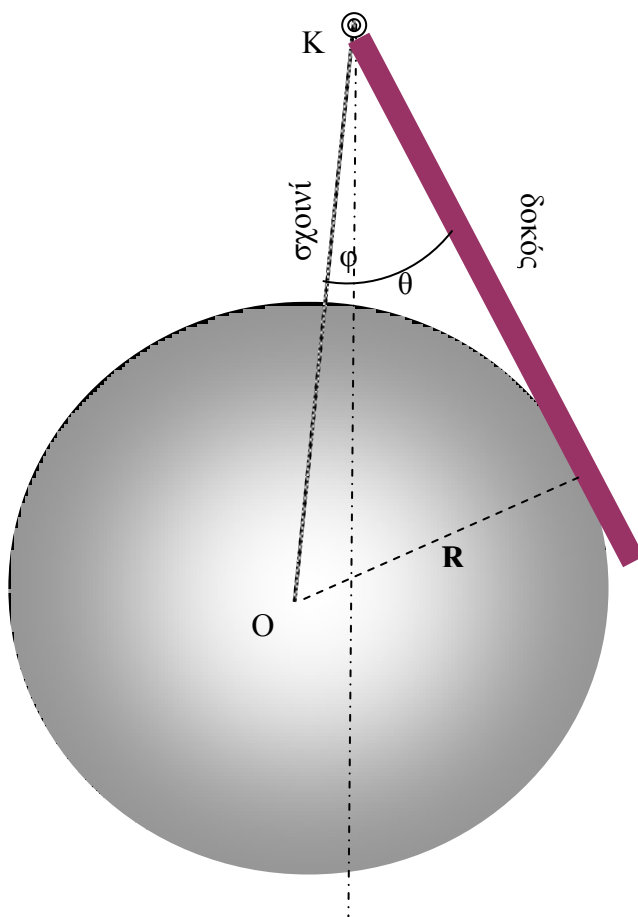
α) Σχεδιάστε τη στατική τριβή στο πίσω τροχό και τη στατική στο μπροστινό στη περίπτωση που το τρακτέρ κινείται προς τα εμπρός.

β) για ένα ακίνητο παρατηρητή, πόσο είναι το μέτρο της ταχύτητας του ανώτερου σημείου του πίσω τροχού και πόσο του ανώτερου σημείου του μπροστινού τροχού αν το κοντέρ του τρακτέρ έχει ένδειξη ίση με  $v$

2 . Μια σφαίρα με βάρος  $W$  κρέμεται με ένα σχοινί που το μήκος του είναι  $l$ . Πάνω της ακουμπάει μια ομογενής δοκός με μήκος  $2a$  και βάρος  $W_1$ . Η δοκός στηρίζεται με άρθρωση στο  $K$ . Όταν υπάρχει ισορροπία το σχοινί και η κατακόρυφος σχηματίζουν γωνία  $\phi$

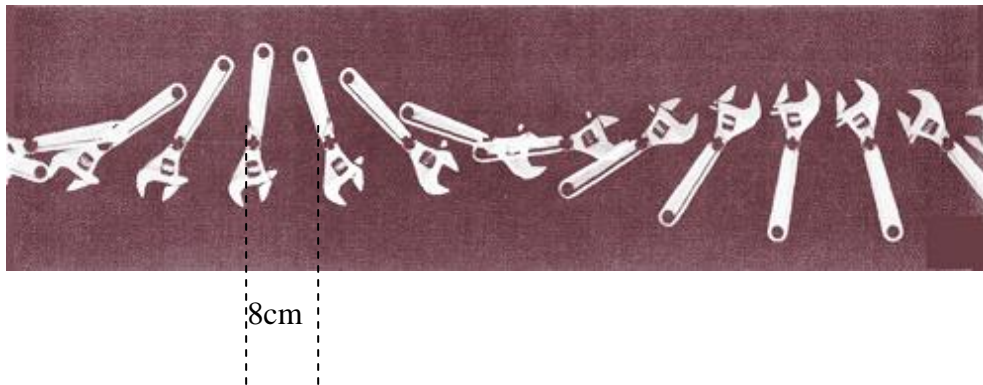
Να αποδείξετε ότι το μέτρο της τάσης του σχοινιού είναι ίσο με  $N = W(\sin\phi + \alpha\theta\eta\mu\phi)$

Η δοκός και η σφαίρα έχουν λείες επιφάνειες ακόμη  $\eta\mu(\alpha+\beta) = \eta\mu\alpha.\sin\beta + \sin\alpha.\eta\mu\beta$



3 Στην εικόνα έχουν αποτυπωθεί διάφορα στιγμιότυπα από την κίνηση ενός κλειδιού πάνω σε μια λεία επιφάνεια. Για να γίνει αυτό κάναμε συνεχείς λήψεις του κινούμενου κλειδιού. Η μηχανή αυτή έκανε 4 λήψεις το δευτερόλεπτο

- Τι κίνηση κάνει το κέντρο μάζας του κλειδιού, υπολογίστε το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου μάζας
- Να υπολογίσετε τη γωνιακή ταχύτητα  $\omega$  του κλειδιού. Γράψτε μόνο τη σχέση από την οποία υπολογίζουμε τη κινητική ενέργεια του κλειδιού



4.

Ένα τρένο  $\alpha$  περνά από ένα σταθμό και κατευθύνεται , με σταθερή ταχύτητα προς μια κατεύθυνση. Λίγο μετά ο οδηγός του βλέπει να έρχεται από αντίθετη κατεύθυνση ένα άλλο τρένο και πριν συναντηθούν βάζει τη σειρήνα για μικρό διάστημα. Ο οδηγός του τρένου  $\beta$  ακούει ήχο με συχνότητα  $f_2$  ανταποδίδει το χαιρετισμό θέτοντας τη δική του σειρήνα σε λειτουργία. Ο οδηγός του  $\alpha$  ακούει τον ήχο της σειρήνας του άλλου τρένου με συχνότητα  $f_1$ . Οι σειρήνες των τρένων εκπέμπουν ήχο ίδιας συχνότητας  $f_s$  όταν τα τρένα είναι ακίνητα

- Γράψτε τις σχέσεις από τις οποίες υπολογίζουμε τις συχνότητες  $f_1$  και  $f_2$  που ακούει ο οδηγός του τρένου  $\alpha$  και ο οδηγός του τρένου  $\beta$  αντιστοίχα
- Γράψτε τη σχέση για τη συχνότητες  $f_a$  και  $f_b$  που ακούει ο σταθμάρχης στην αποβάθρα του τρένου
- Γράψτε τη σχέση για τη συχνότητα του φαινομένου που ακούει ο σταθμάρχης στη περίπτωση που λειτουργούσαν ταυτόχρονα οι σειρήνες των τρένων

Δίνονται

- ταχύτητα ηχητικών κυμάτων  $v_{\eta\chi}$
- μέτρο ταχύτητας τρένου  $\alpha$  ίσο με  $v_1$
- μέτρο ταχύτητας τρένου  $\beta$  ίσο με  $v_2$

6 Σε ένα γραμμικό ελαστικό μέσο είναι αρκετά μακρύ και πάνω του μπορεί να διαδοθεί εγκάρσιο κύμα. Θεωρούμε ένα σύστημα ορθογωνίων αξόνων έτσι ώστε ο θετικός ημιάξονας  $Ox$  να συμπίπτει με το ελαστικό μέσο και η μια άκρη του ελαστικού μέσου να βρίσκεται στο σημείο τομής των αξόνων. Εξίσωση που περιγράφει τη διάδοση του κύματος στο μέσο αυτό είναι η:

$$\psi = 15\eta\mu\left(3t - \frac{x}{18}\right)$$

$\psi$  σε εκατοστά σε εκατοστά και χρόνος σε δευτερόλεπτα  
γράψτε την εξίσωση αλλά τα μεγέθη να μετρώνται σε μονάδες SI

### Ζήτημα 3<sup>ο</sup>



Το σώμα ισορροπεί και η επιμήκυνση είναι  $\chi_1$ . Στο σύστημα προσφέρουμε ενέργεια και κάποια στιγμή αρχίζουν οι ταλαντώσεις έτσι ώστε ο ρυθμός της φάσης του ταλαντωτή να είναι  $5(\text{rad}/\text{sec})$ . Η μάζα του σώματος είναι  $0,2 \text{ Kg}$   $g=10\text{m}/\text{s}^2$  και το πλάτος  $0,2 \text{ m}$ .

Για  $t=0$  η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου είναι  $5/8\text{J}$  και το σώμα κατευθύνεται προς τη θέση ισορροπίας.

Θεωρείστε θετική τη φορά κίνησης προς τα πάνω

α) Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης από τη θέση ισορροπίας σε συνάρτηση με το χρόνο και να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της ταχύτητας τη στιγμή  $0$

β) να γράψετε την εξίσωση της δυναμικής ενέργειας του ταλαντωτή σε συνάρτηση με την απομάκρυνση

γ) Το πάνω άκρο του ελατηρίου στερεωμένο σε σταθερό σημείο  $\Gamma$ . Η δύναμη που ασκεί το ελατήριο στο σημείο πρόσδεσης δεν πρέπει να ξεπεράσει τα  $3,5 \text{ N}$  γιατί θα καταστραφεί η σύνδεση. Πόσο είναι το μέγιστο πλάτος με το οποίο μπορεί να ταλαντωθεί το σώμα χωρίς να αποκολληθεί το ελατήριο

δ) Να προσδιορίσετε τη χρονική στιγμή  $t_1$  που φθάνει για πρώτη φορά στην ανώτερη θέση

ε) να παραστήσετε γραφικά την συνάρτηση εκείνη από την οποία υπολογίζουμε την αριθμητική τιμή της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο.

### Ζήτημα 4<sup>ο</sup>

Σε ένα γραμμικό ελαστικό μέσο είναι αρκετά μακρύ και πάνω του μπορεί να διαδοθεί εγκάρσιο κύμα. Θεωρούμε ένα σύστημα ορθογωνίων αξόνων έτσι ώστε ο θετικός ημιάξονας  $Ox$  να συμπίπτει με το ελαστικό μέσο και η μια άκρη του

ελαστικού μέσου να βρίσκεται στο σημείο τομής των αξόνων. Η εικόνα δείχνει στιγμιότυπο κάποια στιγμή. Το χέρι άρχισε να ταλαντώνεται τη στιγμή  $t = 0$ . Η ελάχιστη απόσταση δύο σημείων, Γ και Ζ τα οποία κάποια στιγμή έχουν απομάκρυνση 8cm και αντίθετες ταχύτητες, είναι ίση με 10 cm

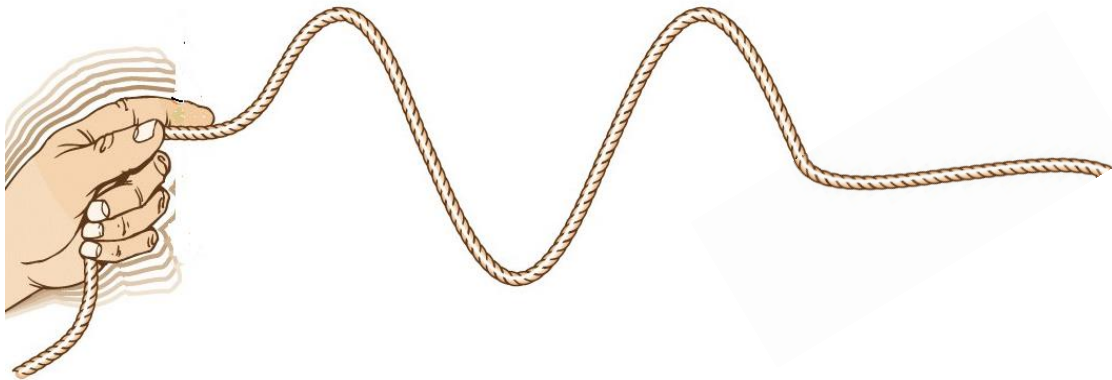
τομετρο της μεγιστης ταχύτητας του χεριου είναι ισο με  $0,64\pi$  ( m/s)

Το χέρι περνά από την θέση ισορροπίας 20φορες φορές σε χρόνο 5sec.

α) Να γράψετε την εξίσωση του διαδιδόμενου κύματος  
 β) όταν το ένα από τα δύο σημεια Γ και Ζ φθανει πρωτο στη ΘΙ ποση απομάκρυνση εχει το άλλο

γ) να υπολογίσετε την ελάχιστη απόσταση δυο σημείων τα οποία κάποια στιγμή έχουν ταχύτητα ίση με  $-v_{\max}/2$

δ) τη στιγμή  $t_1 = 3T/2$  το πιο απομακρυσμένο σημείο από το χέρι έχει απομάκρυνση 8cm Να γράψετε την εξίσωση που περιγράφει την απομάκρυνση σε συνάρτηση με το χρόνο για το σημείο αυτό και να κάνετε τη σχετική γραφική παράσταση



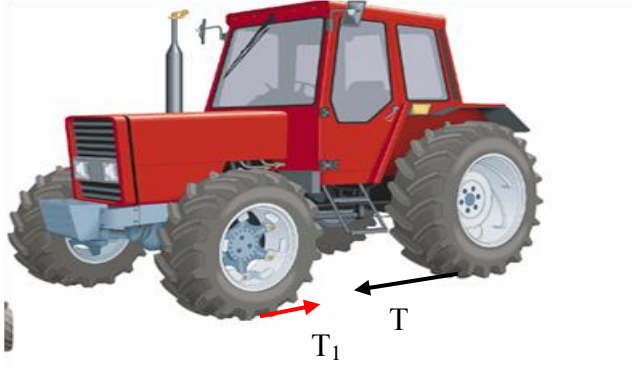
Απαντήσεις

Ζήτημα 1°

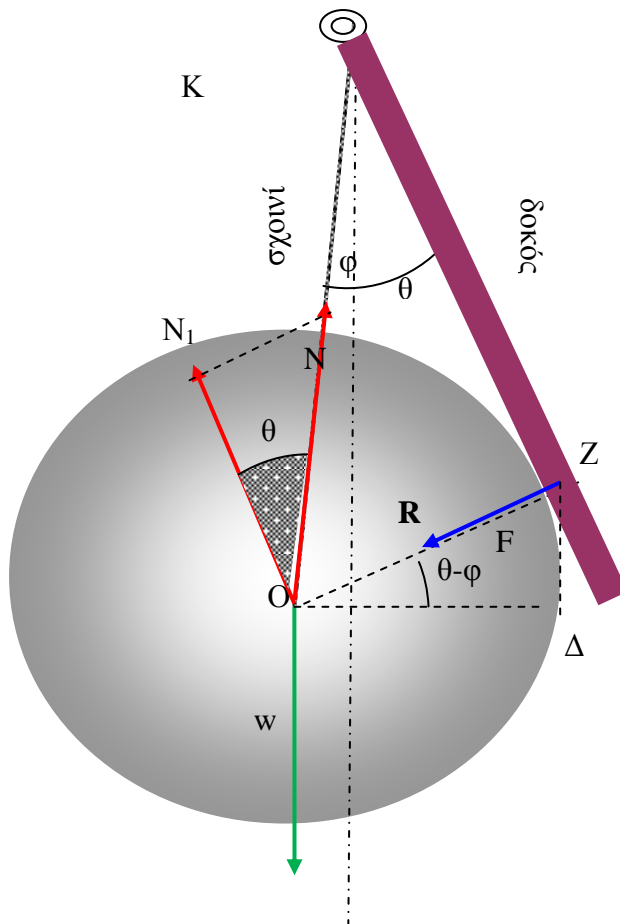
1-γ, 2-β, 3-β, 4-ε, 5 Λ,Λ,Σ,Λ,Λ

Ζήτημα 2°

1



2



Επειδή η σφαίρα ισορροπεί έχω  $\Sigma \tau = 0$  θεωρώ άξονα που περνά από το σημείο Z θεωρώ τη συνιστώσα  $N_1$  της N τότε  $N_1 R = w(O\Delta)$  (1)  
 Ακόμα  $O\Delta = R \sin(\theta - \varphi)$  και  $N_1 = N \sin \theta$   
 Όποτε

$N \cos \theta = w \sin(\theta - \phi) = w(\sin \theta \cos \phi - \cos \theta \sin \phi)$  διαιρώ με  $\sin \theta$  οποτε

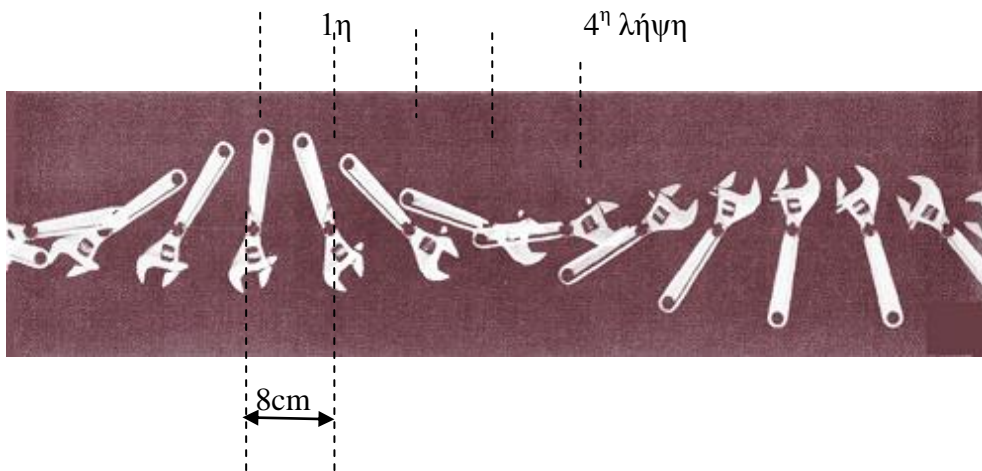
$$N = W(\cos \phi + \alpha \theta \sin \phi)$$

3

Προφανώς το χρονικό διάστημα από λήψη έως επομένη λήψη είναι 0,25s

$$v_{cm} = \frac{\Delta \chi}{\Delta t} = \frac{8cm}{0,25s} = 32cm/s$$

Παρατηρώντας την εικόνα διαπιστώνουμε ότι σε χρόνο 1s 4 λήψεις στράφηκε 90 μοίρες



$$\omega = \frac{\Delta \phi}{\Delta t} = \frac{\frac{\pi}{2}}{1} = \frac{\pi}{2} \text{ rad/s}$$

4

Η συχνότητα  $f_1$  του ήχου, που ακούει ο οδηγός του τραίνου α, που εκπέμπεται από τη σειρήνα του τραίνου β είναι ίση με :

$$f_1 = \frac{v_{\eta\chi} + v_1}{v_{\eta\chi} - v_2} f_s$$

Η συχνότητα  $f_2$  του ήχου, που ακούει ο οδηγός του τραίνου β, που εκπέμπεται από τη σειρήνα του τραίνου α είναι ίση με:

$$f_2 = \frac{v_{\eta\chi} + v_2}{v_{\eta\chi} - v_1} f_s$$



Η συχνότητα  $f_a$  του ήχου , που ακούει ο σταθμάρχης, που εκπέμπεται από τη σειρήνα του τραίνου α είναι ίση με

$$f_a = \frac{v_{\eta\chi}}{v_{\eta\chi} + v_1} f_s$$

Η συχνότητα  $f_a$  του ήχου , που ακούει ο σταθμάρχης, που εκπέμπεται από τη σειρήνα του τραίνου β είναι ίση με

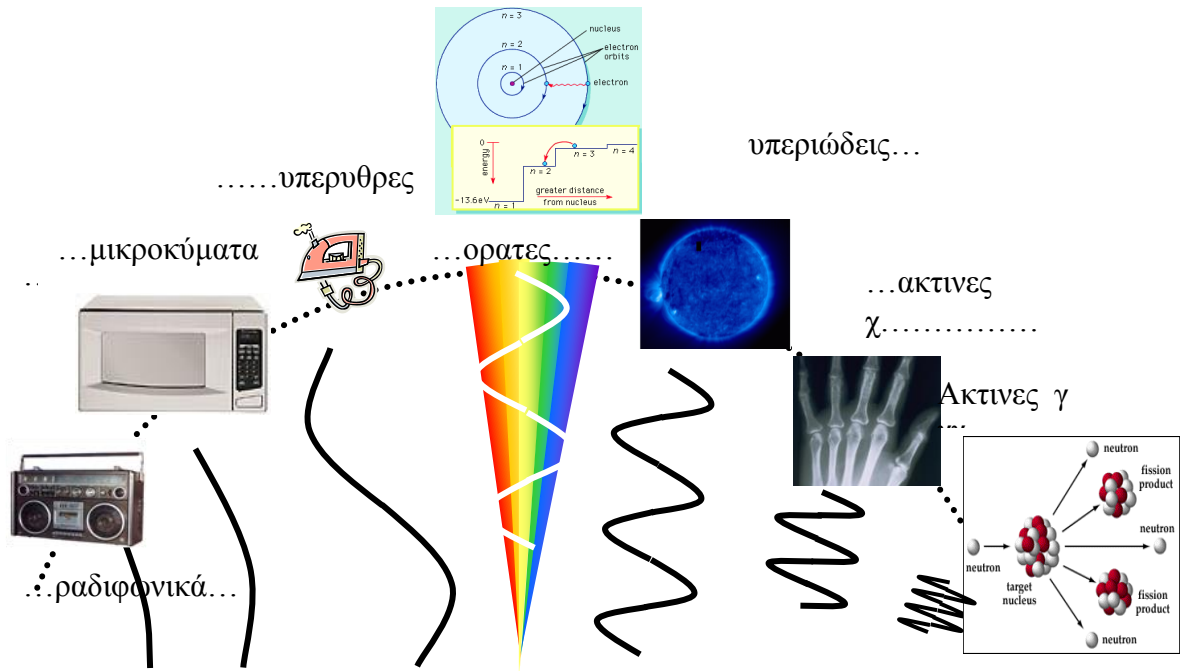
$$f_b = \frac{v_{\eta\chi}}{v_{\eta\chi} - v_2} f_s$$



— Όταν λειτουργουν ταυτόχρονα σειρήνες τότε ο σταθμάρχης ακούει διακροτημα με συχνότητα

$$f_b - f_a$$

5



6.

Προφανώς για να μετριέται το  $\chi$  σε μέτρα πρέπει το μήκος κύματος να μετριέται σε μέτρα γιατί ο συντελεστής  $10^{-2}$  μπαίνει στον παρανομαστή ή το 100 στον αριθμητή

$$\psi = 0,15\eta\mu(3t - \frac{x}{18 \cdot 10^{-2}}) = 0,15\eta\mu(3t - \frac{100x}{18})$$

με  $\chi \rightarrow \mathbf{m}$      $\psi \rightarrow \mathbf{m}$      $t \rightarrow \mathbf{s}$

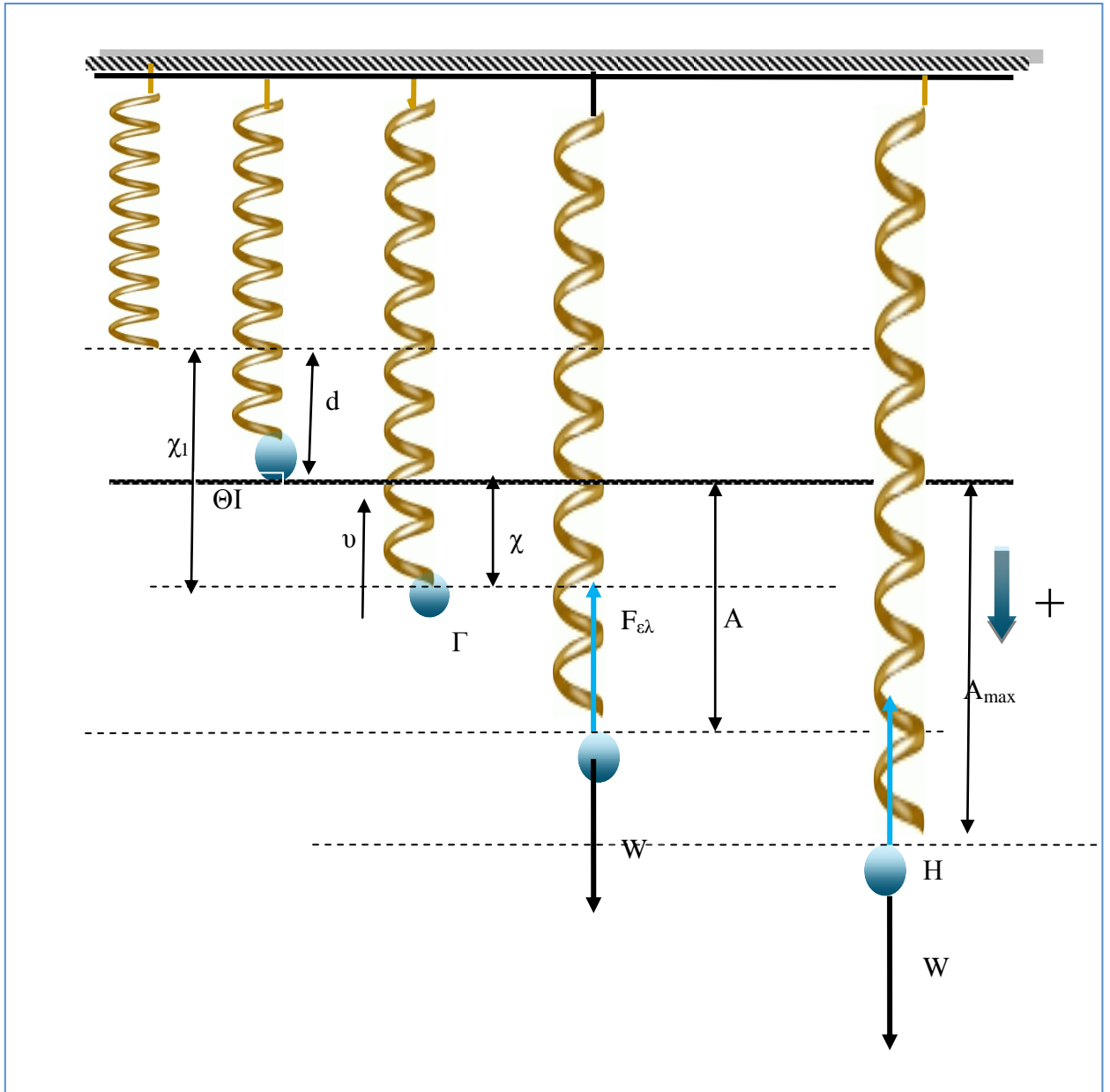
**Ζητημα 3<sup>ο</sup>**

α) Προφανώς  $\omega = 5 \text{ rad/s}$

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{m}} \quad K = m\omega^2 = 0,2 \cdot 25 = 5 \text{ N/m}$$

λόγω ισορροπίας  $mg = Kd \rightarrow d = 0,4 \text{ m}$

$$U_{\text{ελατ}}^{\text{αρχ}} = \frac{1}{2} K \chi_1^2 \quad \text{με αντικατάσταση έχουμε}$$



$\chi_1=0,5\text{m}$  αρα το σώμα τη στιγμή 0 βρίσκεται σε μια θέση Γ κάτω από τη ΘΙ

Για τη θέση Γ η απομάκρυνση ίση με  $\chi=\chi_1-d=0,1\text{m}$

Με βάση τη προσήμανση  $\chi = -0,1\text{m}$

Εστω  $v$  το μέτρο της ταχύτητας στη θέση Γ από τη σχέση

$$A^2 = \chi^2 + \frac{v^2}{\omega^2} \quad \left| \frac{v}{\omega} \right| = \sqrt{A^2 - \chi^2} = \sqrt{\left(\frac{2}{10}\right)^2 - \left(\frac{1}{10}\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{10}$$

$$|v| = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Με βάση τη προσήμανση

$$v = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ m/s}$$

$$\chi = A \eta \mu(\omega t + \varphi_0)$$

$$\chi = -0,1\text{m}$$

$$t=0$$

$$-0,1 = 0,2 \eta \mu \varphi_0 \quad \varphi_0 = -\pi/6 \quad \text{ή} \quad 7\pi/6 \text{ rad}$$

επιλογή λύσης

όποια από τις δύο λύσεις μας δίνει για  $t=0$  θετική ταχύτητα είναι δεκτή

$$v = v_{\max} \sigma \upsilon \nu(\omega t + \varphi_0)$$

$$t=0$$

$$\varphi_0 = -\pi/6 \text{ rad}$$

$$v = v_{\max} \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \text{αρα δεχομαστε} \quad \varphi_0 = -\pi/6 \text{ rad}$$

$$\chi = 0,2 \eta \mu\left(5t - \frac{\pi}{6}\right)$$

$$\chi \rightarrow \text{cm} \quad t \rightarrow \text{s}$$

β)

$$U = \frac{1}{2} K \chi^2$$

γ) η δύναμη που ασκεί το ελατήριο στο σημείο πρόσδεσης είναι η δύναμη του ελατηρίου αυτή προφανώς γίνεται μεγίστη όταν το σώμα βρεθεί στη χαμηλότερη θέση Έστω ότι η θέση αυτή είναι η θέση Η για τη θέση Η έχουμε για τα **μέτρα** των δυνάμεων

$$F_{\text{ελατ-w}} = K A_{\text{max}} \quad 3,5 \cdot 2 = 5 A_{\text{max}} \quad A_{\text{max}} = 0,3 \text{m}$$

$$\delta) \quad \chi = 0,2 \eta \mu \left( 5t - \frac{\pi}{6} \right)$$

όταν φθασει στην ανώτερη θέση προφανώς η φάση του ταλαντωτή είναι  $\pi/2$  (rad)

$$\left( 5t_1 - \frac{\pi}{6} \right) = \frac{\pi}{2} \quad t = \frac{2\pi}{15 \text{s}}$$

ε)

$$\left. \begin{aligned} v &= v_{\text{max}} \sigma \upsilon \nu (\omega t + \phi_0) \\ v_{\text{max}} &= \omega A = 1 \text{m/s} \end{aligned} \right\}$$

$$v = \sigma \upsilon \nu \left( 5t - \frac{\pi}{6} \right) \quad v \rightarrow \text{m/s} \quad t \rightarrow \text{s}$$

Κατι από τα μαθηματικά

Για σχεδιάσουμε τη γραφική παράσταση  $v = v_{\text{max}} \sigma \upsilon \nu (\omega t + \phi)$  με  $\phi \geq 0$  σχεδιάζουμε μια συνημιτονοειδή καμπύλη και μετατοπίζουμε τον άξονα  $\psi$  προς τα δεξιά κατά  $\phi$  αν η μεταβλητή ήταν η φάση ή κατά  $\Delta t = \phi / \omega$  αν η μεταβλητή είναι ο χρόνος

Στη περίπτωση μας θα μετατοπισθεί ο  $\psi$  άξονας, προς τα αριστερά κατά  $\pi/6$  rad η κατά  $T/12 = 0,1 \text{s}$

$$f(x) = \sin(x)$$

$$\psi = \eta\mu\chi$$

Μεταθεση (προς τα δεξια)  
του  $\psi$  αξονα κατά 1

$$f(x) = \sin(x+1)$$

$$\psi = \eta\mu(\chi + 1)$$

↑ v

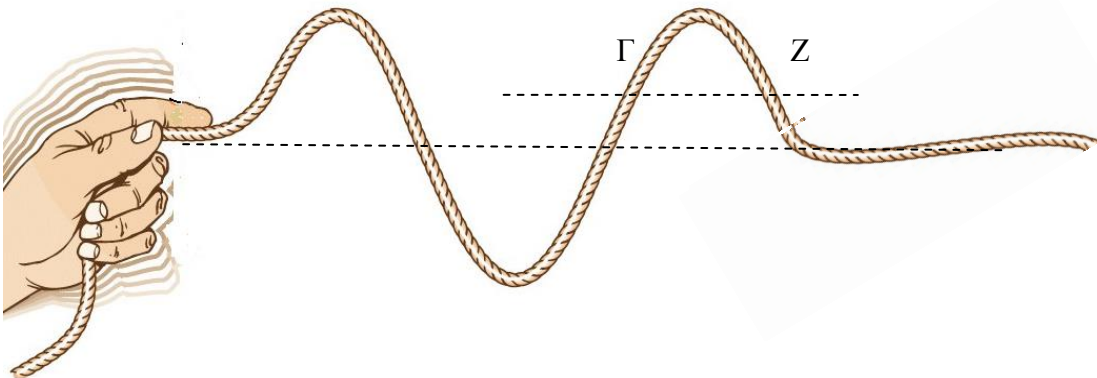
$$f(x) = \cos(5x - 0.502)$$



#### Ζήτημα 4<sup>ο</sup>

Τα περάσματα είναι διπλάσια από τις ταλαντώσεις άρα σε 2 s έκανε 10 ταλαντώσεις

$$f = \frac{N}{\Delta t} = \frac{10}{5} = 2\text{Hz} \rightarrow T = 0,5\text{s}$$



$$\omega = 2\pi = 4\pi (\text{rad/s})$$

$$v_{\max} = \omega A \quad \rightarrow A = 16 \text{ cm}$$

Έστω ότι ένα τέτοιο ζευγάρι είναι τα σημεία Γ και Ζ . Προφανώς το Ζ κινείται προς την ακραία θέση και το Γ προς τη ΘΙ

Για το Ζ τη στιγμή t έχουμε

$$\left. \begin{array}{l} \psi_Z = A \eta \mu 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{\chi_Z}{\lambda} \right) \\ \psi_Z = 8 \text{ cm} \end{array} \right\} \quad 8 = 16 \eta \mu 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{\chi_Z}{\lambda} \right) = 16 \eta \mu \varphi_Z$$

$$\eta \mu \varphi_Z = 0,5 = \eta \mu \pi / 6 \quad \text{οπότε}$$

$$\varphi = \pi / 6 \text{ rad} \quad \text{ή } \varphi = 5\pi / 6 \text{ rad}$$

η φάση του Ζ είναι μικρότερη από  $\pi/2$  ενώ του Γ μεγαλύτερη από  $\pi/2$  και μικρότερη από  $\pi$  (rad)

ετσι η 1<sup>η</sup> λύση είναι η φάση του σημείου Γ και η δεύτερη η φάση του Ζ την ίδια στιγμή

$$\left. \begin{array}{l} \Delta \varphi = 2\pi / 3 \\ \Delta \varphi = 2\pi \frac{d}{\lambda} \end{array} \right\} \quad \lambda = 30 \text{ cm}$$

$$\psi = 16 \eta \mu 2\pi \left( 2t - \frac{\chi}{30} \right) \quad \chi, \psi \rightarrow \text{ cm} \quad t \rightarrow \text{ s}$$

β) Το σημείο Γ όταν φθάνει στη ΘΙ έχει φάση  $\pi$  (rad) οπότε η φάση του αυξήθηκε κατά:

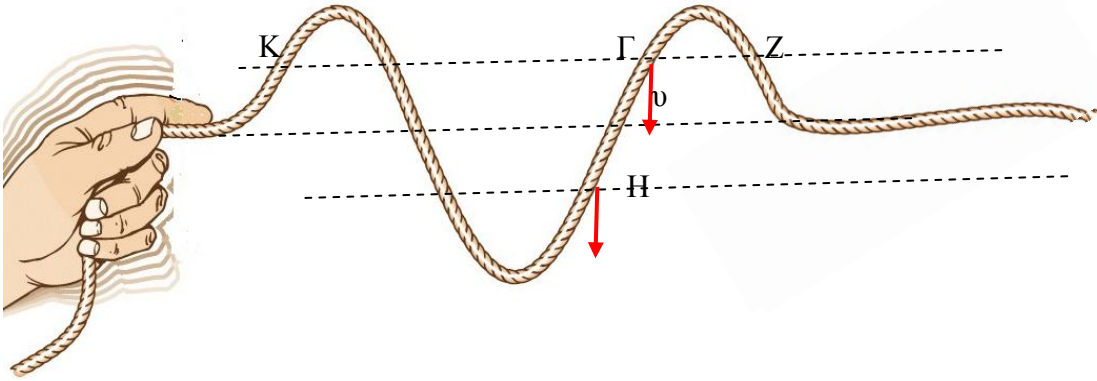
$$\pi - 5\pi/6 = \pi/6 \text{ rad}$$

**επίσης κατά  $\pi/6$  θα αυξηθεί η φάση του Ζ** δηλαδή θα γίνει  $\pi/6 + \pi/6 = \pi/3$  (rad) αρα

$$\psi_Z = A \eta \mu \frac{\pi}{3} = 16 \frac{\sqrt{3}}{2} = 8\sqrt{3} \text{ cm}$$



$$\chi = 0,2\eta\mu\left(5t - \frac{\pi}{6}\right)$$



γ) τέτοια σημεία είναι το Γ το Η και το Κ  
Επειδή ζητείται η ελάχιστη απόσταση των σημειων προφανώς πρόκειται για τα σημεία Γ και Η

$$\left. \begin{array}{l} v_{\Gamma} = v_{\max} \sigma\upsilon\nu\varphi_{\Gamma} \\ v_{\Gamma} = -v_{\max}/2 \end{array} \right\} \quad \sigma\upsilon\nu\varphi_{\Gamma} = -0,5 = \sigma\upsilon\nu\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right)$$

$$\varphi = \left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{2\pi}{3} \text{ rad}$$

$$\varphi = 2\pi - \frac{2\pi}{3} = \frac{4\pi}{3} \text{ (rad)}$$

Όμως η φάση του Γ είναι μικρότερη από  $\pi$ (rad) και η φάση του Η μεγαλύτερη από  $\pi$ (rad) έτσι η 1<sup>η</sup> λύση ώνια η φάση του Γ και η δεύτερη η φάση του σημείου Η

$$\varphi_{\Gamma} = \left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{2\pi}{3} \text{ rad}$$

$$\varphi_{\text{H}} = 2\pi - \frac{2\pi}{3} = \frac{4\pi}{3} \text{ rad}$$

$$\left. \Delta\phi = 2\pi \frac{d_1}{\lambda} \right\}$$

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{3}$$

$$d_1 = 10 \text{ cm}$$

δ) Τη στιγμή  $3T/2$  το σημείο  $Z$  όπως αναφέρθηκε έχει φάση  $\pi/6$  rad

$$\left. \begin{array}{l} \varphi_z = 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{\chi_z}{\lambda} \right) = \frac{\pi}{6} \\ t = 3T/2 \end{array} \right\} \quad \frac{\chi_z}{\lambda} = \frac{17}{12} \quad \chi_z = 37,5 \text{ cm}$$

$$\psi_z = 16\eta\mu 2\pi \left( 2t - \frac{\chi_z}{\lambda} \right) = 16\eta\mu 2\pi (2t - 1.25) \quad \psi \rightarrow \text{cm} \quad t \geq 0,625 \text{ s}$$

↑ ψ

$f(x) = 16\sin(6.28(2x - 1.25))$
----------------------------------