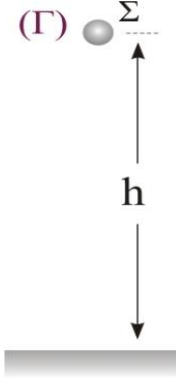
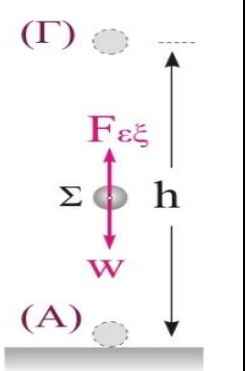
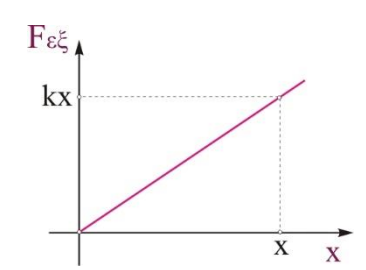
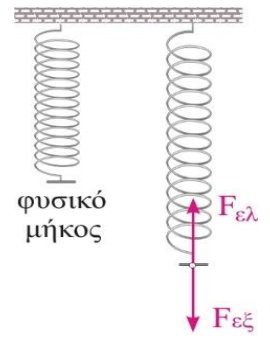
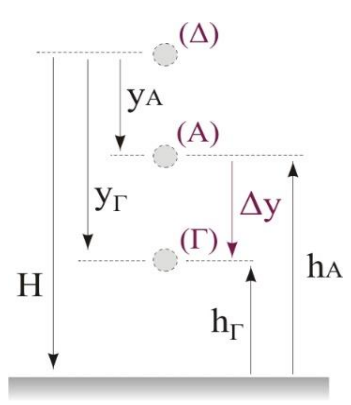


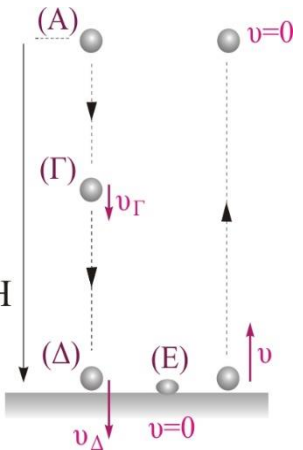
ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ –ΣΥΝΤΗΡΗΤΙΚΕΣ ΔΥΝΑΜΕΙΣ-ΔΙΑΤΗΡΗΣΗ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ	
Προηγούμενες γνώσεις	<p>Η ενέργεια στη φύση εμφανίζεται με διάφορες μορφές , ηλεκτρική, θερμική, αιολική, δυναμική , κινητική, χημική, πυρηνική κ.λ.π.</p> <p>Δύο μορφές της θεωρούνται σημαντικότερες η δυναμική και η κινητική, που είναι και οι μόνες που εμφανίζονται στον μικρόκοσμο.</p>
Φυσικό μέγεθος	<p>Δυναμική ενέργεια ονομάζουμε την ενέργεια που έχει ένα σώμα ή ένα σύστημα λόγω της θέσης ή λόγω της κατάστασης που βρίσκεται.</p> <p>Η δυναμική ενέργεια, <math>U</math>, εμφανίζεται με διάφορες μορφές. Ένα σώμα που αλληλοεπιδρά με τη Γη έχει βαρυτική δυναμική ενέργεια, ένα ελατήριο που κρατιέται συμπιεσμένο έχει ελαστική δυναμική ενέργεια και δύο ηλεκτρικά φορτία που αλληλοεπιδρούν έχουν ηλεκτρική δυναμική ενέργεια.</p> <p><u>Σε όλες τις περιπτώσεις η δυναμική ενέργεια ενός σώματος ή συστήματος σε μια θέση ισούται με το έργο της εξωτερικής δύναμης που έφερε το σώμα στη θέση αυτή.</u></p> <p>Για παράδειγμα, το σώμα <math>\Sigma</math> του σχήματος α στη θέση (Γ) έχει βαρυτική δυναμική ενέργεια επειδή βρίσκεται σε ύψος <math>h</math> πάνω από το οριζόντιο επίπεδο. Η τιμή της <math>U</math> στη θέση(A) ισούται με το έργο της εξωτερικής δύναμης που το έφερε στη θέση αυτή. Επίσης, το ελατήριο του σχήματος β έχει ελαστική δυναμική ενέργεια επειδή είναι παραμορφωμένο. Η τιμή της <math>U</math> στη θέση αυτή ισούται με το έργο της εξωτερικής δύναμης που το έφερε στη θέση αυτή.</p> <p>Από τον τρόπο ορισμού της <math>U</math> και τον τρόπο υπολογισμού της είναι προφανές ότι <u>όποιο σώμα έχει δυναμική ενέργεια του ασκούνται δυνάμεις</u></p> 

Φυσικό μέγεθος	<p>Βαρυτική Δυναμική ενέργεια</p> <p><math>U_{\beta\alpha\rho}=mgh</math></p>	<p>Ζητάμε τη δυναμική ενέργεια του σώματος του σχήματος το οποίο κρατιέται ακίνητο σε ύψος <math>h</math> πάνω από το οριζόντιο δάπεδο. Σύμφωνα με τα προηγούμενα, η ενέργεια αυτή ισούται με το έργο της <math>F_{\varepsilon\xi}</math> που εμείς ασκήσαμε για να υπερνικήσουμε το βάρος του σώματος και αυτό να ανέβει σιγά –σιγά στο ύψος <math>h</math>.</p> $U_{\Gamma} = W_{F_{\varepsilon\xi}(A \rightarrow \Gamma)} = F_{\varepsilon\xi} \cdot h \quad (1)$ <p>Επειδή το σώμα ανέρχεται με μηδενική ταχύτητα, σύμφωνα με τον 1<sup>ο</sup> Ν. Νεύτωνα,  <math>\Sigma F = 0 \Rightarrow F_{\varepsilon\xi} - w = 0 \Rightarrow F_{\varepsilon\xi} = mg</math>  και η σχέση (1) γίνεται:</p> $U_{\Gamma} = W_{F_{\varepsilon\xi}(A \rightarrow \Gamma)} = mgh \quad (2)$	 <p>The diagram illustrates a vertical displacement of a body. At the bottom, position (A) is marked on a grey horizontal surface. At the top, position (Γ) is marked. A central point Σ is shown with two vertical arrows: a pink arrow pointing up labeled <math>F_{\varepsilon\xi}</math> and a black arrow pointing down labeled <math>w</math>. To the right of Σ, a vertical double-headed arrow indicates the height <math>h</math> between a dashed horizontal line at the level of (Γ) and the surface at (A).</p>
	<p>Βαρυτική Δυναμική ενέργεια</p> <p><math>U_{\beta\alpha\rho}=mgh</math></p>	<p><b>ΙΔΙΟΤΗΤΗΤΕΣ ΤΗΣ <math>U_{\beta\alpha\rho}</math></b></p> <p>Μπορούμε να κάνουμε τις εξής παρατηρήσεις για τη φυσική σημασία της σχέσης (2).  - Το <math>W_{F_{\varepsilon\xi}(A \rightarrow \Gamma)}</math> δηλώνει τη μεταφορά χημικής ενέργειας από τον άνθρωπο στο σώμα και το <math>W_{mg(A \rightarrow \Gamma)}</math> δηλώνει τη μετατροπή αυτής της ενέργειας σε δυναμική.  - η τιμή της <math>U</math> εξαρτάται από την κατακόρυφη μετατόπιση <math>h</math> του σημείου εφαρμογής της <math>F_{\varepsilon\xi}</math>, άρα η τιμή της <math>U</math> σε μια θέση δεν εξαρτάται από τη διαδρομή, αλλά μόνο από το ύψος <math>h</math> της θέσης αυτής σε σχέση με την αρχική θέση, δηλαδή μας ενδιαφέρουν οι μεταβολές της δυναμικής ενέργειας και για την παραπάνω μετατόπιση μπορούμε να πούμε:  <b>Η μεταβολή της δυναμικής ενέργειας του σώματος από το A στο Γ ισούται με το έργο της <math>F_{\varepsilon\xi}</math> από το A στο Γ.</b></p> $U_{\Gamma} - U_A = W_{F_{\varepsilon\xi}(A \rightarrow \Gamma)}$ <p>- Το έργο της <math>F_{\varepsilon\xi}</math> είναι αναγκαίο να δαπανηθεί, γιατί πρέπει να υπερνικηθεί η δύναμη του βάρους που ασκεί η Γη στο σώμα, δηλαδή η δυναμική ενέργεια του σώματος οφείλεται στην αλληλεπίδραση Γης-σώματος και λέμε ότι ανήκει στο σύστημα σώμα – Γη.</p>	

Φυσικό μέγεθος	Ελαστική δυναμική ενέργεια $U_{ελ} = \frac{1}{2} kx^2$	<p>Στο διπλανό σχήμα δείχνεται ένα ελατήριο στο φυσικό του μήκος και το ίδιο ελατήριο όταν είναι παραμορφωμένο κατά <math>x</math>. Το παραμορφωμένο ελατήριο, λόγω της κατάστασης του, περικλείει ενέργεια που την ονομάζουμε <b>ελαστική δυναμική ενέργεια</b> και η οποία ισούται με το έργο της εξωτερικής δύναμης, που έφερε το ελατήριο στην κατάσταση αυτή.</p> $U_{\Gamma} = W_{F_{εξ}(A \rightarrow \Gamma)}$ <p>Σύμφωνα με το νόμο του Hook η παραμόρφωση, <math>x</math>, ενός ελατηρίου είναι ανάλογη με τη δύναμη, <math>F_{εξ}</math>, που ασκείται σε αυτό. Η σχέση αυτή με μαθηματικά μπορεί να γραφεί ως εξής:</p> $F_{εξ} = kx$ <p>όπου <math>k</math> μια σταθερά που δηλώνει τη σκληρότητα του ελατηρίου. Επειδή το μέτρο της δύναμης είναι μεταβλητό στη διάρκεια της μετατόπισης, το έργο της υπολογίζεται μέσα από το εμβαδό της γραφικής παράστασης <math>F_{εξ} = f(x)</math>.</p> <p>Στο σχήμα δείχνεται η γραφική παράσταση της <math>F_{εξ} = kx</math> που ασκείται στο ελατήριο. Το έργο της δύναμης για μετατόπιση του σημείου εφαρμογής της κατά <math>x</math> βρίσκεται ότι είναι ίσο με</p> $W_{F_{εξ}(A \rightarrow \Gamma)} = \text{εμβαδό} = \frac{1}{2} kx \cdot x = \frac{1}{2} kx^2$ <p>Άρα, η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου στην τυχαία θέση που είναι παραμορφωμένο <u>κατά <math>x</math> από το φυσικό του μήκος</u> δίνεται από τη σχέση</p> $U_{ελ} = \frac{1}{2} kx^2$
----------------	---	--



<p style="text-align: center;">Νόμος</p>	<p style="text-align: center;">Συσχέτιση Έργου Βάρους και μεταβολής της <math>U_{βαρ}</math></p> <p style="text-align: center;"><math>W_{mg(A \rightarrow \Gamma)} = U_A - U_\Gamma</math></p>	<div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div style="width: 65%;"> <p>Αφήνουμε το σώμα του σχήματος να πέσει από το σημείο Δ, το οποίο βρίσκεται σε ύψος H πάνω από το οριζόντιο δάπεδο. Καθώς αυτό εκτελεί ελεύθερη πτώση διέρχεται από τα σημεία Α, Γ που βρίσκονται αντίστοιχα σε ύψη <math>h_A</math> και <math>h_\Gamma</math>. Ζητάμε το έργο του βάρους, καθώς το σώμα μετατοπίζεται από το ύψος <math>h_A</math> στο ύψος <math>h_\Gamma</math>, να συσχετιστεί με τη μεταβολή της δυναμικής ενέργειας του σώματος.</p> <p>Η δύναμη του βάρους και η μετατόπιση έχουν ίδια κατεύθυνση, άρα το έργο της δύναμης του βάρους καθώς το σώμα μετατοπίζεται από τη θέση Α στη θέση Γ είναι θετικό και ίσο με</p> <math display="block">W_{mg(A \rightarrow \Gamma)} = mg\Delta y</math> <p>Όμως, <math>\Delta y = y_\Gamma - y_A = (H - h_\Gamma) - (H - h_A) = (h_A - h_\Gamma)</math></p> <p>Άρα, <math>W_{mg(A \rightarrow \Gamma)} = mg(h_A - h_\Gamma)</math></p> <p>Εφαρμόζοντας την επιμεριστική ιδιότητα και κάνοντας χρήση του τύπου της βαρυτικής δυναμικής ενέργειας παίρνουμε:</p> <math display="block">W_{mg(A \rightarrow \Gamma)} = mgh_A - mgh_\Gamma \Rightarrow W_{mg(A \rightarrow \Gamma)} = U_A - U_\Gamma \quad (3)</math> <p>Άρα, <b>το έργο του βάρους ισούται με το αντίθετο της μεταβολής της βαρυτικής δυναμικής ενέργειας.</b></p> </div> <div style="width: 30%; text-align: center;">  </div> </div>
<p style="text-align: center;">Φυσική έννοια</p>	<p style="text-align: center;">Συντηρητικές Δυνάμεις</p>	<p>Παρατηρώντας τη σχέση (3) καταλαβαίνουμε ότι το έργο της βαρυτικής δύναμης μεταξύ δύο θέσεων δεν εξαρτάται από τη διαδρομή που κάνει το σημείο εφαρμογής του βάρους του σώματος, αλλά μόνο από την αρχική και τελική θέση του σώματος.</p> $W_{mg(A \rightarrow \Gamma)} = U_A - U_\Gamma$ <p>Δυνάμεις των οποίων το έργο δεν εξαρτάται από τη διαδρομή που κάνει το σημείο εφαρμογής τους, αλλά μόνο από την αρχική και τελική θέση του σώματος, τις ονομάζουμε <b>συντηρητικές δυνάμεις</b>. Εκτός από τις βαρυτικές άλλες συντηρητικές δυνάμεις είναι οι ηλεκτρικές δυνάμεις και οι ελαστικές δυνάμεις παραμόρφωσης.</p> <p><b>ΙΔΙΟΤΗΤΗΤΕΣ ΤΩΝ ΣΥΝΤΗΡΗΤΙΚΩΝ ΔΥΝΑΜΕΩΝ</b></p> <p>Από τον ορισμό που δόθηκε στις συντηρητικές δυνάμεις προκύπτουν για αυτές οι εξής ιδιότητες:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- το έργο δεν εξαρτάται από τη διαδρομή και υπολογίζεται από τη σχέση</li> </ul> $W_{F(συντ)(A \rightarrow \Gamma)} = U_A - U_\Gamma$ <ul style="list-style-type: none"> <li>- το έργο τους σε μια κλειστή διαδρομή είναι μηδέν, αφού αρχική και τελική θέση συμπίπτουν και έχουν την ίδια δυναμική ενέργεια.</li> <li>- όταν ασκούνται σε ένα σώμα ή σύστημα σωμάτων συντηρούν τη μηχανική ενέργεια του σώματος ή του συστήματος.</li> </ul>

	<p>Μηχανική Ενέργεια</p> $E_{\text{μηχ}}=U+K$	<p>Ορίζουμε ως <b>μηχανική ενέργεια (E<sub>μηχ</sub>)</b> ενός σώματος (ή συστήματος) το άθροισμα της κινητικής (K) και δυναμικής ενέργειας (U) που έχει το σώμα ή το σύστημα.</p> $E_{\text{μηχ}}=U+K \quad (5)$ <p>Να μην ξεχνάμε ότι η δυναμική ενέργεια, U, σε ένα φαινόμενο μπορεί να εμφανιστεί με τη μορφή της βαρυτικής ή ελαστικής δυναμικής ενέργειας ή και των δύο μορφών, οπότε η σχέση πληρέστερα γράφεται</p> $E_{\text{μηχ}}=U_{\text{βαρ}}+U_{\text{ελας}}+K$
<p>Νόμος</p>	<p>Αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας</p>	<p>Στο διπλανό σχήμα μια ελαστική μπάλα μάζας m αφήνεται να πέσει ελεύθερα από ύψος H, σημείο A, ανακλάται στο δάπεδο και επιστρέφει στο σημείο A που την ελευθερώσαμε. Θεωρώντας την αντίσταση του αέρα αμελητέα, θα παρακολουθήσουμε τις ενεργειακές μετατροπές που συμβαίνουν στη μπάλα.</p> <p>Στο σημείο A η μπάλα έχει μόνο βαρυτική δυναμική ενέργεια. Καθώς αυτή πέφτει, μέσω του έργου του βάρους συμβαίνει μετατροπή της δυναμικής σε κινητική ενέργεια. Στην τυχαία θέση Γ η μπάλα έχει δυναμική και κινητική ενέργεια. Στη θέση Δ, ελάχιστα πριν ακουμπήσει στο δάπεδο, η μπάλα έχει μόνο κινητική ενέργεια. Στη συνέχεια από το δάπεδο ασκείται στη μπάλα δύναμη προς τα πάνω που την παραμορφώνει και στιγμιαία την σταματά, θέση E, ταυτόχρονα δε μετατρέπει την κινητική ενέργεια της μπάλας σε ελαστική δυναμική ενέργεια. Στη συνέχεια ακολουθεί το αντίστροφο φαινόμενο.</p> <p>Παρατηρούμε ότι η μπάλα κινούμενη μεταξύ των σημείων A , E, A ούτε κερδίζει ούτε χάνει μηχανική ενέργεια αφού επιστρέφει στη θέση που ξεκίνησε. Άρα μπορούμε να πούμε ότι η μηχανική ενέργεια της μπάλας διατηρείται σταθερή. Αυτό συμβαίνει επειδή στο σώμα ασκούνται μόνο συντηρητικές δυνάμεις (βάρος και δύναμη ελαστικής παραμόρφωσης). Έτσι, οδηγούμαστε σε μία βασική πρόταση της Φυσικής (αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας) που διατυπώνεται ως εξής:</p> <p><b>Η μηχανική ενέργεια ενός σώματος ή συστήματος σωμάτων διατηρείται σταθερή όταν ασκούνται σε αυτό μόνο συντηρητικές δυνάμεις.</b></p>  <p>The diagram illustrates the energy transformations of a ball falling from a height H. At point A (top), the ball is at rest (v=0) and has maximum potential energy. As it falls, it passes through point Gamma with velocity v_Gamma. At point Delta (ground), it has maximum kinetic energy (v_Delta). At point E, the ball is compressed against the ground, converting kinetic energy into elastic potential energy. Finally, it returns to point A with v=0, completing the cycle.</p>

Σενάριο	<p>Μεθοδολογία εφαρμογής της διατήρησης της <math>E_{μηχ}</math></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>-Σχεδιάζουμε το σώμα στις δύο ακραίες θέσεις μεταξύ των οποίων πρόκειται να εφαρμόσουμε τη διατήρηση της μηχανικής ενέργειας και σε μία τυχαία ενδιάμεση.</li> <li>- Στην τυχαία ενδιάμεση θέση σχεδιάζουμε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα.</li> <li>- Ελέγχουμε αν οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα είναι συντηρητικές. Αν οι ασκούμενες δυνάμεις είναι συντηρητικές ή το έργο τους είναι μηδέν προχωράμε στην εφαρμογή της διατήρησης της <math>E_{μηχ}</math>. Για το σκοπό αυτό:</li> <li>-Ορίζουμε αυθαίρετα επίπεδο όπου η βαρυτική δυναμική ενέργεια είναι ίση με μηδέν.</li> <li>-Γράφουμε τους τύπους που υπολογίζουν τη <math>E_{μηχ}</math> στις δύο θέσεις που μας ενδιαφέρουν.</li> <li>-Γράφουμε τη διατήρηση της μηχανικής ενέργειας.</li> <li>- Επιλύουμε ως προς το άγνωστο μέγεθος.</li> </ul> <p>Σημείωση: Αν οι ασκούμενες δυνάμεις δεν είναι συντηρητικές τότε το πρόβλημα συνήθως επιλύεται με εφαρμογή του Θ.Μ.Κ.Ε.</p>
---------	--	--

**ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ:**

Ένα σώμα αφήνεται να πέσει ελεύθερα από ύψος  $h=30m$ .

Με εφαρμογή της ΑΔΜΕ να βρεις την ταχύτητα του ελάχιστα πριν κτυπήσει στο έδαφος.

Με εφαρμογή της ΑΔΜΕ να βρεις την ταχύτητα του όταν διέρχεται από ύψος  $h_1=10m$ .

