Διαγώνισμα 5

Ζήτημα 1ο

(σε κάθε ερώτημα του ζητήματος μια είναι η σωστή)

1.Θεωρειστε ένα σύστημα κατακόρυφου ελατηρίου- σώματος το οποίο μπορεί να κάνει ταλάντωση. Θεωρείστε ότι υπάρχει απόσβεση. Αρχικά το σώμα ισορροπεί Τραβάμε το σώμα ώστε να επιμηκυνθεί επί πλέον, το ελατήριο κατά χ και το αφήνουμε να κάνει ταλάντωση τότε:

α. Το έργο της δύναμης απόσβεσης είναι το ίδιο για κάθε περίοδο

β. Το έργο της δύναμης απόσβεσης είναι θετικό

γ. Στη περίπτωση που διεγείρεται ο ταλαντωτής, η απόλυτη τιμή του έργου της δύναμης απόσβεσης είναι η ενέργεια που μεταφέρεται από τον εξωτερικό παράγοντα στο σύστημα μάζα – ελατήριο

δ. Τίποτα από τα παραπάνω

2. Ένα σύστημα ελατηρίου –μάζας έχει απόσβεση Απομακρυνθούμε το σώμα από τη θέση ισορροπίας κατά 10 εκατοστά και το αφήνουμε ελεύθερο οπότε μετά από μια περίοδο το πλάτος του είναι 8 εκατοστά, τότε μετά από μια περίοδο ακόμη :

α. το πλάτος του θα είναι 6 εκατοστά

β. το πλάτος του θα είναι 6,4 εκατοστά

γ. το πλάτος δεν μπορεί να υπολογισθεί γιατί λείπουν δεδομένα

4 Ένας ταλαντωτής (μάζα – ελατήριο) μπορεί να κάνει ταυτόχρονα δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις οι οποίες έχουν ίδια συχνότητα θέση ισορροπίας και ίδια διεύθυνση. Οι εξισώσεις για την απομάκρυνση για κάθε μία είναι :
ψ_1=Αημωt και ψ_2=2Αημ(ωt+π) τότε:

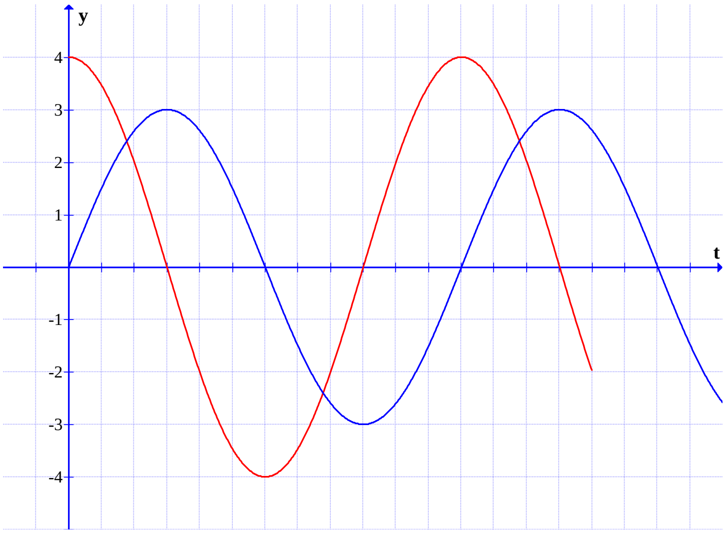
α. Η εξίσωση της απομάκρυνσης για τη συνισταμένη ταλάντωση είναι η: χ=Αημωt

β. Η φάση της συνισταμένης ταλάντωσης είναι ίση με ωt+π/2

γ. Το μέτρο της μέγιστης ταχύτητας όταν κάνει και τις δύο ταλαντώσεις είναι: υ_{max}=Αω

δ. Τίποτα από τα παραπάνω

5 Ένα σώμα κάνει ταυτόχρονα δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις στην ίδια διεύθυνση γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας με την ίδια συχνότητα. Η απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας , σε συνάρτηση με το χρόνο, αν έκανε μόνο τη μία ή την άλλη φαίνονται στο επόμενο σχήμα



Οι παρακάτω προτάσεις αναφέρονται στη περίπτωση που κάνει και τις δύο ταλαντώσεις ταυτόχρονα:

α. Το πλάτος ταλάντωσης είναι 7 εκατοστά

β. Η εξίσωση της απομάκρυνσης από τη θέση ισορροπίας είναι $\chi = 5\eta\mu(\omega t + \frac{\pi}{4})$

γ. τη στιγμή Τ/4 η απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας είναι 4 εκατοστά

δ. Η ολική ενέργεια του ταλαντωτή είναι μεγαλύτερη από το άθροισμα των ολικών ενεργειών που είχε όταν έκανε ξεχωριστά τη κάθε ταλάντωση

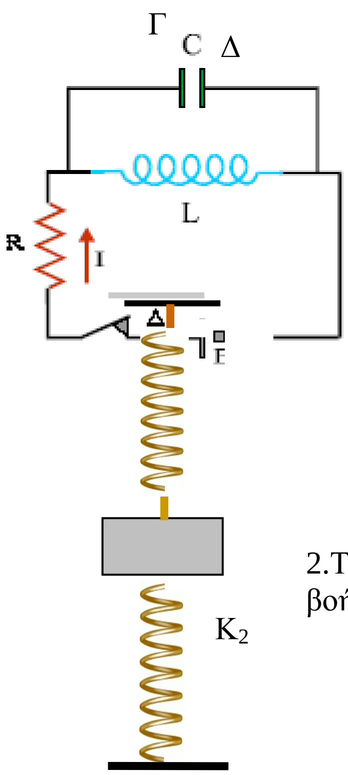
ε. Το μέτρο της επιτάχυνσης τη στιγμή Τ/4 είναι $3\omega^2$ (cm/s^2) όπου ω η κυκλική συχνότητα του ταλαντωτή σε rad./sec

Ζήτημα 2^o

1. Ο διακόπτης στο κύκλωμα είναι κλειστός για αρκετό χρόνο ώστε η τιμή του ρεύματος έχει σταθεροποιηθεί. Θεωρούνται γνωστά τα R, L,C και η ΗΕΔ της πηγής ίση με Ε (αμελητέα η εσωτερική της αντίσταση)

Κάποια στιγμή που θεωρούμε αρχή χρόνου ανοίγουμε το διακόπτη Δ

- πόση ήταν η ένταση του ρεύματος πριν ανοίξουμε το διακόπτη και σε ποιο στοιχείο(εκτός από τη μπαταρία) του κυκλώματος ήταν αποθηκευμένη ενέργεια Πόση ήταν η τιμή της ενέργειας αυτής



- όταν ανοίξουμε το διακόπτη ποιος οπλισμός αποκτά τα θετικά φορτία
- Αν θεωρήσουμε ότι αμέσως μετά το άνοιγμα του διακόπτη η ένταση έχει θετική τιμή, να γράψετε τις εξισώσεις q-t i-t και να τις παραστήσετε γραφικά

2.Το σώμα του σχήματος, με μάζα m, ισορροπεί με τη βοήθεια δύο ελατηρίων. Το πάνω άκρο του ενός ελατηρίου, με σταθερά K_1, είναι στερεωμένο σε σταθερό σημείο . Το κάτω άκρο του δεύτερου ελατηρίου είναι στερεωμένο στο έδαφος. Το κάτω ελατήριο βρίσκεται στο φυσικό του μήκος και η σταθερά του είναι K_2

Ο άξονας των ελατηρίων είναι κατακόρυφος

Εκτρέπουμε κατακόρυφα το σώμα από τη θέση που ισορροπεί.

Να αποδείξετε ότι κάνει ταλάντωση

Να υπολογίσετε τη περίοδο με την οποία ταλαντώνεται σε συνάρτηση με τη μάζα του και τις σταθερές των ελατηρίων.

3 Ασκούμε σε ένα ταλαντωτή μια εξωτερική δύναμη της οποίας η αλγεβρική τιμή μεταβάλλεται αρμονικά με το χρόνο (η γνωστή διάταξη του διεγέρτη). Για κάποια τιμή συχνότητας f_1του διεγέρτη το πλάτος ταλάντωσης είναι A_1. Αυξάνουμε λίγο τη συχνότητα και παρατηρούμε ότι το πλάτος αυξάνει

α. Να εξηγήσετε χρησιμοποιώντας κατάλληλο διάγραμμα γιατί η συχνότητα f_1 είναι μικρότερη από τη συχνότητα συντονισμού

β. Να εξηγήσετε γιατί υπάρχει συχνότητα f_2 (διαφορετική από την f_1)του διεγέρτη για την οποία το πλάτος ταλάντωσης είναι πάλι A_1.

γ. πως δικαιολογούμε το γεγονός ότι σε κάποια συχνότητα του διεγέρτη το πλάτος του ταλαντωτή μεγιστοποιείται

Ζήτημα 3^{ο}

Ένα σώμα με μάζα 15Kg ισορροπεί στο πάνω άκρο κατακόρυφου ελατηρίου (Το άλλο άκρο ακουμπά στο έδαφος) K=100N/m. Από ύψος h=240εκατοστά πάνω από το σώμα αφήνουμε ένα δεύτερο το οποίο έχει μάζα 1 Kg Η κρούση των σωμάτων είναι πλαστική

α. Να υπολογίσετε το ποσό θερμότητας που αναπτύχθηκε

β. Να υπολογίσετε το πλάτος ταλάντωσης του συσσωματώματος

γ. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης του συσσωματώματος από τη θέση ισορροπίας παίρνοντας θετική φορά προς τα πάνω, ακόμη να θεωρήσετε t=0 τη στιγμή της κρούσης

δ. Να υπολογίσετε το χρονικό διάστημα από τη στιγμή της κρούσης μέχρι να μηδενισθεί η ταχύτητα του συσσωματώματος

ε. Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της δυναμικής ενέργειας του ελατηρίου και το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του συσσωματώματος ,καθώς ταλαντώνεται, στη θέση που η συσπείρωση του ελατηρίου είναι 1,5m και ενώ κατευθύνεται προς τα κάτω

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Α=20 εκατοστά χ=Αημ (ωt+5π/6) Δt=4π/15 s $\left(\frac{\Delta U_{\varepsilon\lambda}}{\Delta t}\right)=\frac{75\sqrt{3}}{2}\frac{J}{s}$

Ζήτημα 4ο

Ένα σώμα κάνει ταυτόχρονα δύο αρμονικές ταλαντώσεις στην ίδια διεύθυνση με ίδια θέση ισορροπίας

Οι εξισώσεις που περιγράφουν την απομάκρυνση με το χρόνο για κάθε μια ταλάντωση είναι οι

$$\chi_1 = 10\sqrt{3}\eta\mu\pi t \qquad \chi_2 = 10\eta\mu\left(\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$$

Οι απομακρύνσεις μετρώνται με εκατοστά και ο χρόνος με δευτερόλεπτα

α. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης ,για τη συνισταμένη ταλάντωση, με το χρόνο

β. Αν η ολική ενέργεια του συστήματος ,όταν κάνει και τις δύο ταλαντώσεις , είναι 80mJoule πόση είναι η σταθερή επαναφοράς του ταλαντωτή

γ. Να υπολογίσετε τη μάζα του ταλαντωτή.

δ. Να παραστήσετε γραφικά τις εξισώσεις που σας δόθηκαν και την εξίσωση που γράψατε στους ιδίους άξονες (οι άξονες να είναι βαθμολογημένοι)

στ. Να γράψετε την εξίσωση η οποία συνδέει την αριθμητική τιμή της ταχύτητας με το χρόνο στη περίπτωση που κάνει και τις δύο ταλαντώσεις ταυτόχρονα

ζ. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας τη στιγμή t=0 στη περίπτωση που το σώμα κάνει και τις δύο ταλαντώσεις ταυτόχρονα <u>χωρίς να χρησιμοποιήσετε την εξίσωση της ταχύτητας που βρήκατε στο προηγούμενο ερώτημα</u>

Απαντήσεις

Ζήτημα1

1-γ

Για μια ακόμη φορά:

Ο διεγέρτης κάνει δύο πράγματα:

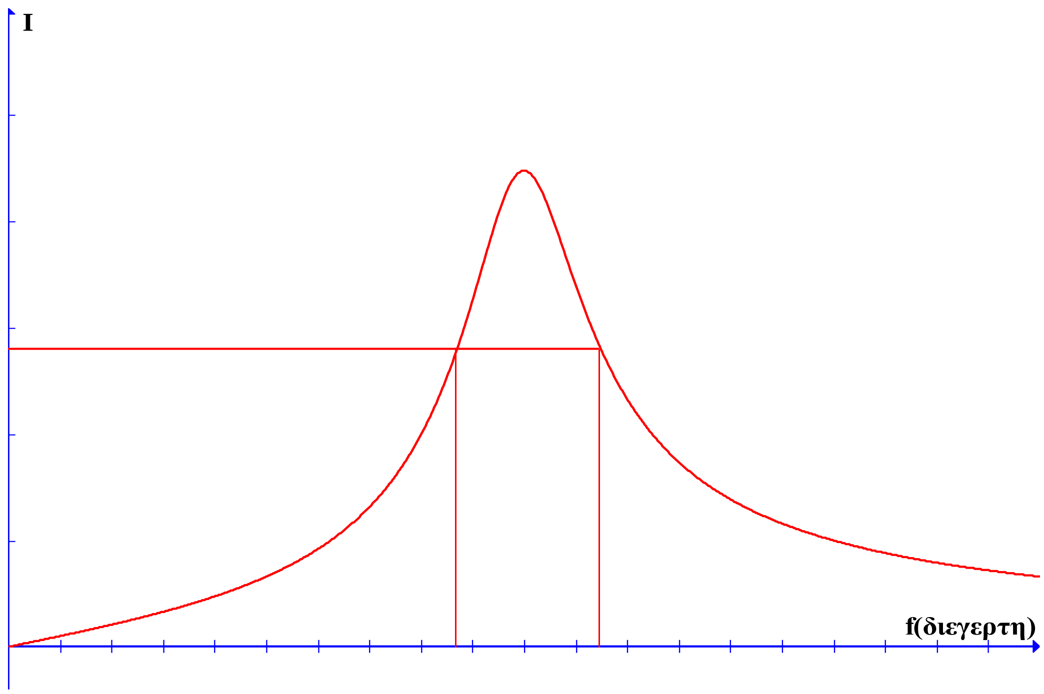
α. επιβάλλει, στο ταλαντωτή, να ταλαντωθεί με τη συχνότητα που έχει ο διεγέρτης και

β . αναπληρώνει τις απώλειες ενέργειας του ταλαντωτή ώστε να έχει σταθερό πλάτος

2-β

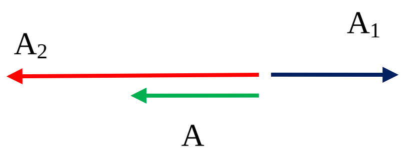
$\frac{A_o}{A_1}=\frac{10}{8}$ $\frac{A_1}{A_2}=\frac{10}{8}$ A_2=6,4cm

3-β



Η μορφή της καμπύλης συντονισμού είναι τέτοια που το πλάτος ταλάντωσης είναι το ίδιο για δυο τιμές της συχνότητας του διεγέρτη

4-γ



η συνισταμένη ταλάντωση έχει πλάτος

$A=A_2-A_1=A$

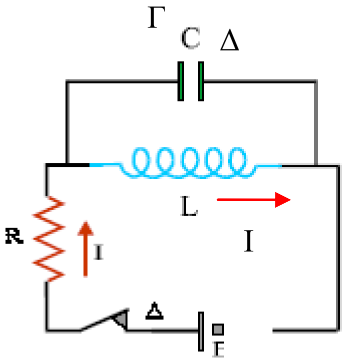
οποτε $\upsilon_{max}=\omega A$

5-ε

$$\left.\begin{array}{l} \chi_1 = 3\eta\mu\omega t \\ \chi_2 = 4\eta\mu(\omega t + \frac{\pi}{2}) \end{array}\right\} \quad \chi = 5\eta\mu(\omega t + \theta)$$

για t=T/4 $\chi=\chi_1+\chi_2=3cm$ $\quad a = -\omega^2 \chi = -3\omega^2 (cm/s^2)$

Ζήτημα2ο

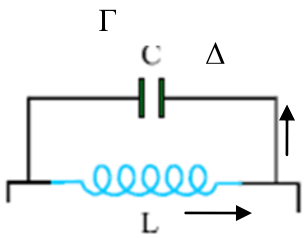


1.
Το ρεύμα περνά μόνο από το πηνίο (όχι από το πυκνωτή) το οποίο είναι ιδανικό και δεν παρουσιάζει αντίσταση.

$$I = \frac{E}{R} = \sigma\tau\alpha\theta$$

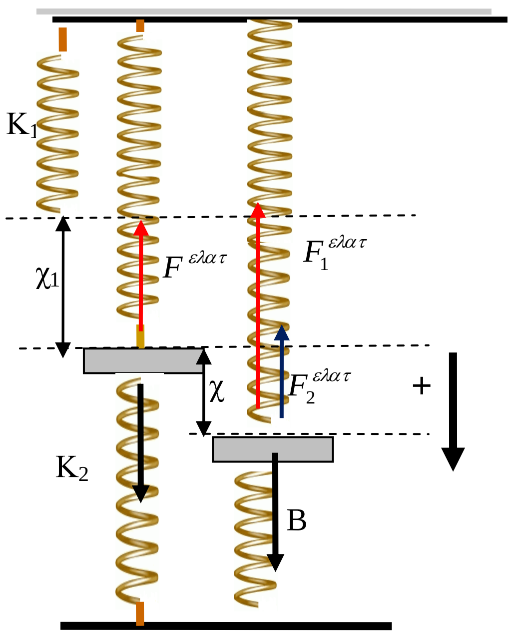
Μετά το άνοιγμα το ρεύμα (τα θετικά φορτία) φθάνουν στον οπλισμό Δ οποίος αποκτά έτσι θετικό φορτίο μέχρι να γίνει μέγιστο και στη συνεχεία ελαττώνεται μέχρι να μηδενιστεί κτλ
Κατάλληλη συνάρτηση να περιγράψει το ρεύμα είναι η συνημιτονοειδής αφού το ρεύμα τη στιγμή μηδέν είναι μέγιστο και θετικό έτσι
$i = I\sigma\upsilon\nu(\omega t)$ οπότε για το φορτίο έχουμε

$$q = Q\sigma\upsilon\nu(\omega t - \frac{\pi}{2})$$



2.

Αν δεν σχεδιάσω το ελατήριο στο φυσικό μήκος η άσκηση χάθηκε!!!!!!!!!!!!



Στη ΘΙ ασκείται ,δύναμη, στο σώμα μόνο από το 1 ελατήριο έτσι

$$K_1\ x_1 = mg \quad (1)$$

απομακρύνω το σώμα κατά χ και κάποια στιγμή το αφήσω τότε ασκούνται δύο δυνάμεις μια από κάθε ελατήριο, οι δυνάμεις των ελατήριων σύμφωνα με τη προσήμανση έχουν αρνητική αλγεβρική τιμή ενώ το βάρος θετικό

Στη νέα θέση , στο σώμα ασκούνται δυνάμεις και από τα δύο ελατήρια, ίδιας κατεύθυνσης, και η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα είναι:

$$\Sigma F = +B - F_1^{\varepsilon\lambda\alpha\tau} - F_2^{\varepsilon\lambda\alpha\tau} \quad (2)$$

$$\Sigma F = +B - K_1(x_1 + x) - K_2 x \quad (3)$$

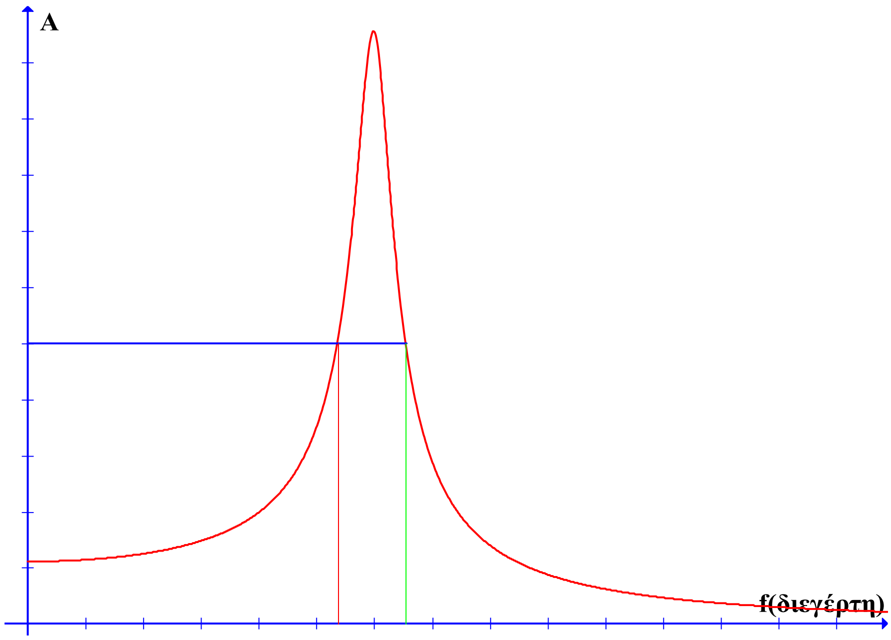
$$\Sigma F = -K_1 x - K_2 x = -(K_1 + K_2)x$$

Μεθοδολογία

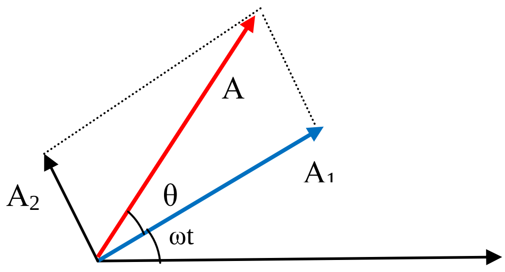
Όταν μου ζητιέται να αποδείξω ότι το σώμα κάνει ταλάντωση κάνω τα παρακάτω βήματα:

1. *μετακινώ το σώμα σε μια θέση της ταλάντωσης οπού η απομάκρυνση είναι χ*
2. *οριζω θετική φορά κατά τη μεριά που μετακίνησα το σώμα*
3. *σχδιαζω τις δυνάμεις που δέχεται το σώμα*
4. *γραφω μια σχέση για τη συνισταμένη των δυνάμεων λαμβάνοντας υπόψη τη φορά*
5. *γραφώ μια σχέση με βάση τη συνθήκη ισορροπίας και τη συνδυάζω με εκείνη της συνισταμένης*
6. *θα πρέπει να καταλήξω σε σχέση της μορφής* ***F=-Dχ***

3.



Ζήτημα 4^o

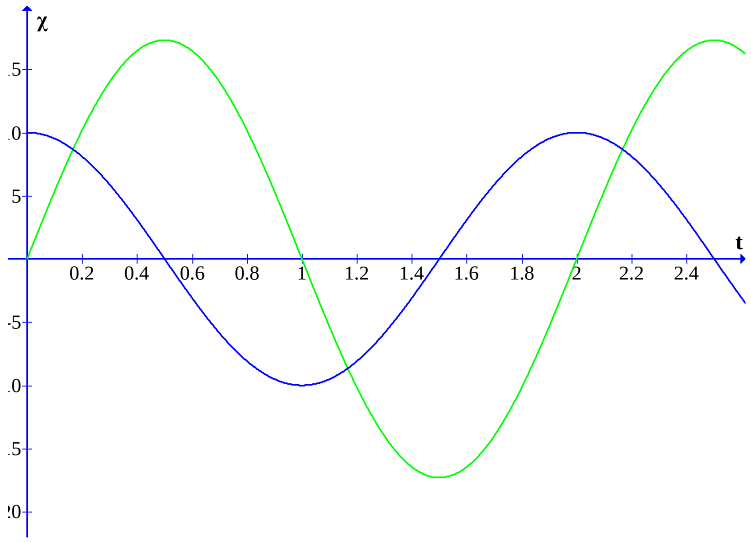


$$A = \sqrt{\left(10\sqrt{3}\right)^2 + 10^2} = 20cm$$

$$\varepsilon\varphi\theta = \frac{A_2}{A_1} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$U_{\max} = E = \frac{1}{2}DA^2 \qquad D = \frac{2E}{A^2} = \frac{2.80.10^{-3}}{20^2.10^{-4}} = 4N/m$$

$$m = \frac{D}{\omega^2} = 0{,}4Kg$$



Με βάση το παραπάνω διάγραμμα συμπληρώνουμε το παρακάτω πίνακα για να βρούμε ζευγάρια χρόνου - απομάκρυνσης για τη συνισταμένη ταλάντωση

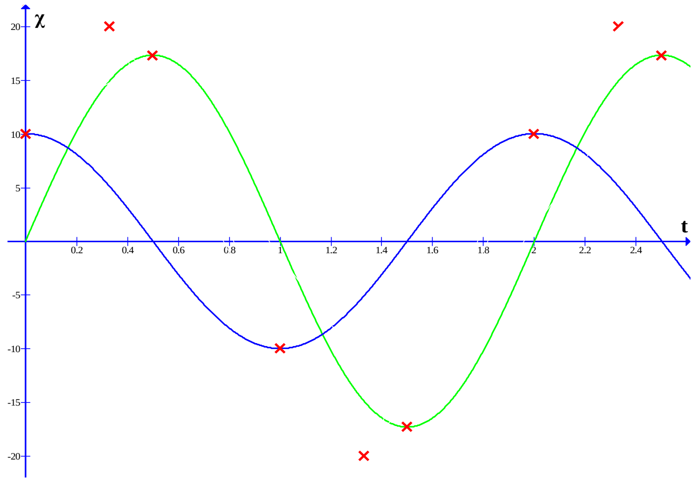
t	0	t_1	0.5	1	t_2	1.5	2	2,5	
χ_1	10		0	-10		0	10	0	
χ_2	0		17.3	0		-17.3	0	17.3	
$\chi_1+\chi_2$	10	20	17.3	10	-20	-17.3	10	17.3	

Υπολογίζω και τη χρονική στιγμή t_1που απομάκρυνση, για τη συνισταμένη ταλάντωση, είναι 20cm για πρώτη φορά, για να συμπληρώσω τις κενές στήλες

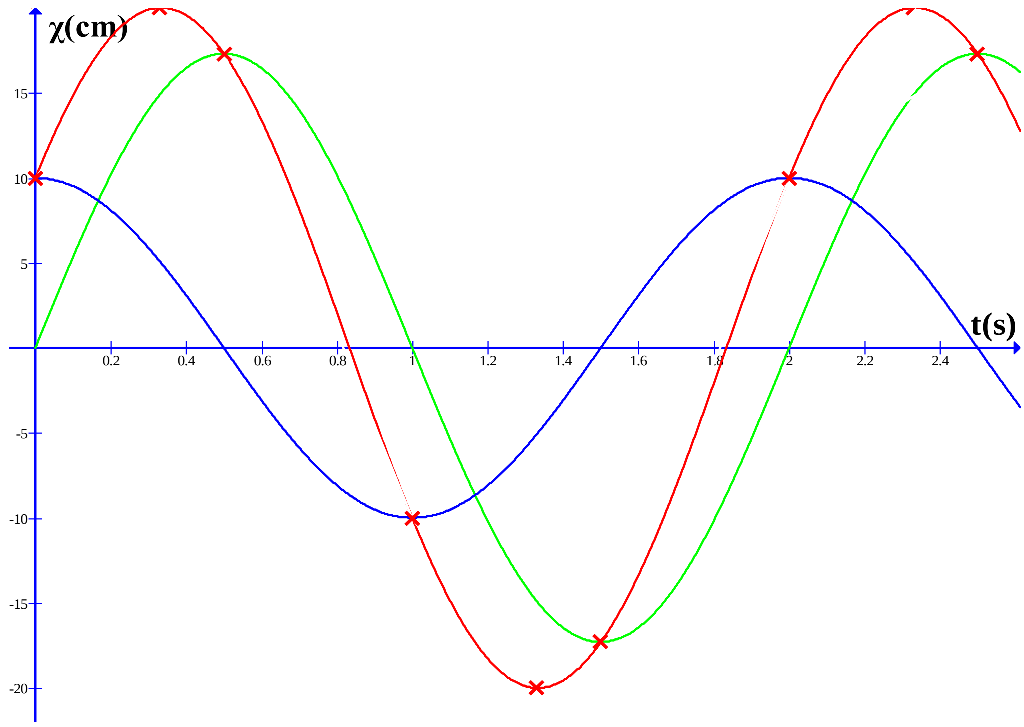
$x = A\eta\mu(\pi t + \frac{\pi}{6}) = A \qquad x = A\eta\mu(\pi t + \frac{\pi}{6}) = A \qquad (\pi t + \frac{\pi}{6}) = \frac{\pi}{2} \qquad t_1 = \frac{1}{3} = 0{,}33s$

$$t_2 = t_1 + \frac{T}{2} = 1{,}33s$$

Βάζω τα ζευγάρια (t, $\chi_1+\chi_2$), πάνω στο σχήμα και προκύπτει το παρακάτω



Χαράζω τη αρμονική καμπύλη που περνά από τα σημεία που σχεδίασα και προκύπτει



ζ) Για t=0 και για τη συνισταμένη ταλάντωση έχουμε χ=10cm οπότε

$$x^2 + \frac{\upsilon_k^2}{\omega^2} = A^2 \qquad 0{,}1^2 + \frac{\upsilon^2}{\pi^2} = 0{,}2^2 \qquad \frac{\upsilon^2}{\pi^2} = \frac{3}{100} \qquad \upsilon = \pi\frac{\sqrt{3}}{10} m/s = 10\sqrt{3} cm/s$$

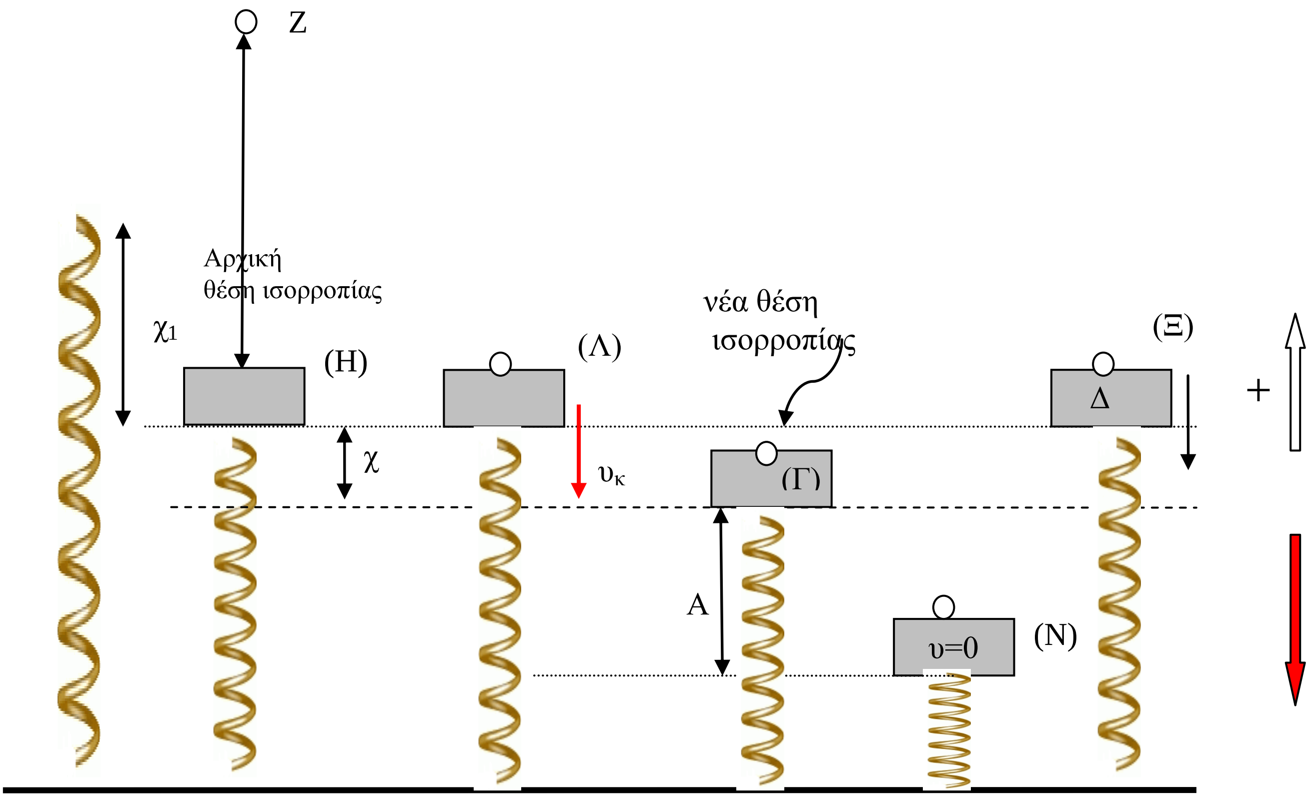
Άλλος τρόπος

$$\upsilon_1 = \pi 10\sqrt{3}\sigma\upsilon\nu\pi t \quad \upsilon \rightarrow cm/s \quad \mathrm{t} \rightarrow \mathrm{s} \qquad \gamma\iota\alpha \quad t = 0 \ \Rightarrow \upsilon_1 = 10\pi\sqrt{3}(cm/s)$$

$$\upsilon_2 = \pi 10\sigma\upsilon\nu(\pi t + \frac{\pi}{2}) \ \upsilon \rightarrow cm/s \quad \mathrm{t} \rightarrow \mathrm{s} \qquad \gamma\iota\alpha \quad t = 0 \ \Rightarrow \upsilon_2 = 0$$

$$\upsilon = \upsilon_1 + \upsilon_2 = \pi 10\sqrt{3} cm/s$$

Ζήτημα 4º



Αρχική
θέση ισορροπίας

$$Mg = kx_1 \qquad x_1 = \frac{Mg}{K} = 1{,}5m$$

νέα θέση ισορροπίας

$$(M + mg) = k(x_1 + x) \qquad x_1 + x = \frac{(M + m)g}{K} = 1{,}6m$$

$$x = 0{,}1m$$

για τη πτώση του σώματος με μάζα m

$$K_Z + U_Z = K_H + U_H \qquad 0 + mgh = \frac{1}{2}m\upsilon^2 + 0 \qquad \upsilon = \sqrt{2gh} = 4\sqrt{3}m/s$$

$$\upsilon_{\kappa o\iota\nu\eta} = \frac{\sqrt{3}}{4}m/s$$

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{M+m}} = \frac{5}{2} m/s$$

για τη θέση Λ (είναι θέση του ταλαντωτή) έχουμε

$$x^2 + \frac{\upsilon_k^2}{\omega^2} = A^2 \qquad A^2 = 0.1^2 + \frac{\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right)^2}{\left(\frac{5}{2}\right)^2} = 0.2^2$$

$$\left.\begin{array}{l} x = A\eta\mu(\omega t + \phi) \\ t = 0, x = 0.1m \end{array}\right\} \quad \eta\mu(0+\phi) = \frac{1}{2} = \eta\mu\frac{\pi}{6} \quad \left\{\begin{array}{l} \phi = \frac{\pi}{6} \\ \phi = \pi - \left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{5\pi}{6} rad \end{array}\right.$$

Μ βαση τη προσήμανση δεκτή είναι η $\phi = \frac{5\pi}{6} rad$

$$\left.\begin{array}{l} \text{Στη θέση Ν: } \chi = -A \\ x = 0.2\eta\mu(2{,}5t + \frac{5\pi}{6}) \end{array}\right\} \quad \eta\mu(2{,}5t_1 + \frac{5\pi}{6}) = -1 = \eta\mu\left(-\frac{\pi}{2}\right)$$

$$(2{,}5t_1 + \frac{5\pi}{6}) = \pi - \left(-\frac{\pi}{2}\right) = \frac{3\pi}{2}$$

στη θέση (Ξ) η δύναμη του ελατηρίου είναι 150 Ν .Ο ρυθμός μεταβολής της ενέργειας του ελατηρίου πρέπει να προκύψει θετικός γιατί αυξάνει η ενέργεια του ελατηρίου

$$\left(\frac{\Delta E}{\Delta t}\right)_{\varepsilon\lambda\alpha\tau(\theta\varepsilon\sigma\eta\Xi)} = F_{\varepsilon\lambda\alpha\tau}.|\upsilon| = 150.\frac{\sqrt{3}}{4} J/s$$

Στη θέση (Ξ) η ταχύτητα του ταλαντωτή είναι αρνητική όμως ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας πρέπει να προκύψει **θετικός** γιατί το σώμα κινείται προς τη ΘΙ

$$\left(\frac{\Delta K}{\Delta t}\right)_{\varepsilon\lambda\alpha\tau\,(\theta\varepsilon\sigma\eta\Xi)} = \Sigma F.\upsilon = (-Kx)\upsilon = -100.0{,}1.\left(-\frac{\sqrt{3}}{4}\right) = +5\frac{\sqrt{3}}{2}\; J/s$$