Ζήτημα 1ο

Στα ερωτήματα 1,2.3,4 του ζητήματος αυτού μια πρόταση είναι σωστή να την κυκλώσετε)

1. Ένα σώμα κάνει απλή αρμονική ταλάντωση στην οποία η απομάκρυνση είναι της μορφής χ=Αημωt κάποια στιγμή t_1 η φάση του είναι ίση με $\frac{10\pi}{3}(rad)$

Τότε:

α. η απομάκρυνση του τη στιγμή t_1 είναι ίση με $\frac{A\sqrt{3}}{2}$

β. Τη στιγμή t_1 κατευθύνεται προς τη ΘΙ

γ. η αριθμητική τιμή της ταχύτητας τη στιγμή t_1 είναι ίση με $\frac{\upsilon_{\max}}{2}$

δ. τίποτα από τα παραπάνω

2. Ένα σώμα κάνει απλή αρμονική ταλάντωση και σε μια περίοδο το διάστημα που διανύει είναι 0,8 m. Η φάση μεταβάλλεται κατά π/2(rad) μέσα σε 0,25s τοτε

α. η περίοδος με την οποία ταλαντώνεται είναι ίση με 2s

β. το μεγαλύτερο μέτρο της επιτάχυνσης του είναι ίσο με $0{,}8 m/s^2$

γ . στη θέση $x=\frac{A}{2}$ η κινητική και η δυναμική ενέργεια του ταλαντωτή γίνονται ίσες

3 Ένα σώμα κάνει απλή αρμονική ταλάντωση έχοντας τη στιγμή t=0 φάση π/6(rad) . Από τη στιγμή 0 εως τη στιγμή t_1 εχει διανύσει διάστημα 2Α (οπου Α πλατος ταλάντωσης),τότε:

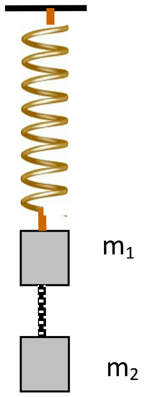
α. τη στιγμή t_1 έχει φάση $\frac{7\pi}{6}$ rad

β. τη στιγμή t_1 έχει ταχύτητα της οποίας η αριθμητική τιμή είναι θετική

γ. η φάση του από τη στιγμή 0 έως τη στιγμή t_1 μεταβλήθηκε κατά 2π/3(rad)

δ. η απομάκρυνση στη στιγμή t_1 είναι ίση με $\frac{A\sqrt{3}}{2}$

4.



τα σώματα στο σχήμα ισορροπούν Τα σώματα είναι δεμένα μεταξύ τους με σχοινί. Κάποια στιγμή το σχοινί κόβεται, τότε:

α. η εξίσωση για την απομάκρυνση του m_1 από τη ΘΙ είναι η

$x = A\eta\mu\omega t$

β. η μεγαλύτερη τιμή που έχει το μέτρο της δύναμης επαναφοράς είναι ίσο με $m_2 g$

γ. η κυκλική συχνότητα του ταλαντωτή είναι ιση με

$\sqrt{\frac{K}{m_1 + m_2}}$

5: **βάλτε Σ ή Λ μπροστά από κάθε πρόταση**

Ένα σώμα κάνει απλή αρμονική ταλάντωση με εξίσωση απομάκρυνσης

$$x = A\eta\mu(\omega t + \frac{5\pi}{6})$$

Τότε

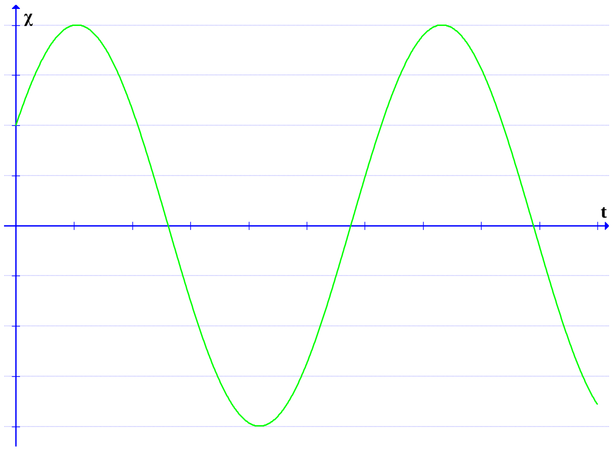
α. τη στιγμή T/2 διέρχεται από τη ΘΙ

β. τη στιγμή 0 η αριθμητική τιμή της δύναμης επαναφοράς είναι ίση με $-\frac{\Sigma F_{\max}}{3}$

γ. η εξίσωση για την αριθμητική τιμή της ταχύτητας είναι η : $\upsilon = \upsilon_{\max}\eta\mu(\omega t + \frac{4\pi}{3})$

δ. τη στιγμή 0 η κινητική ενέργεια είναι μεγαλύτερη από τη δυναμική

ε. η γραφική παράσταση για την απομάκρυνση σε συνάρτηση με το χρόνο είναι η:



Ζήτημα 2^{o}

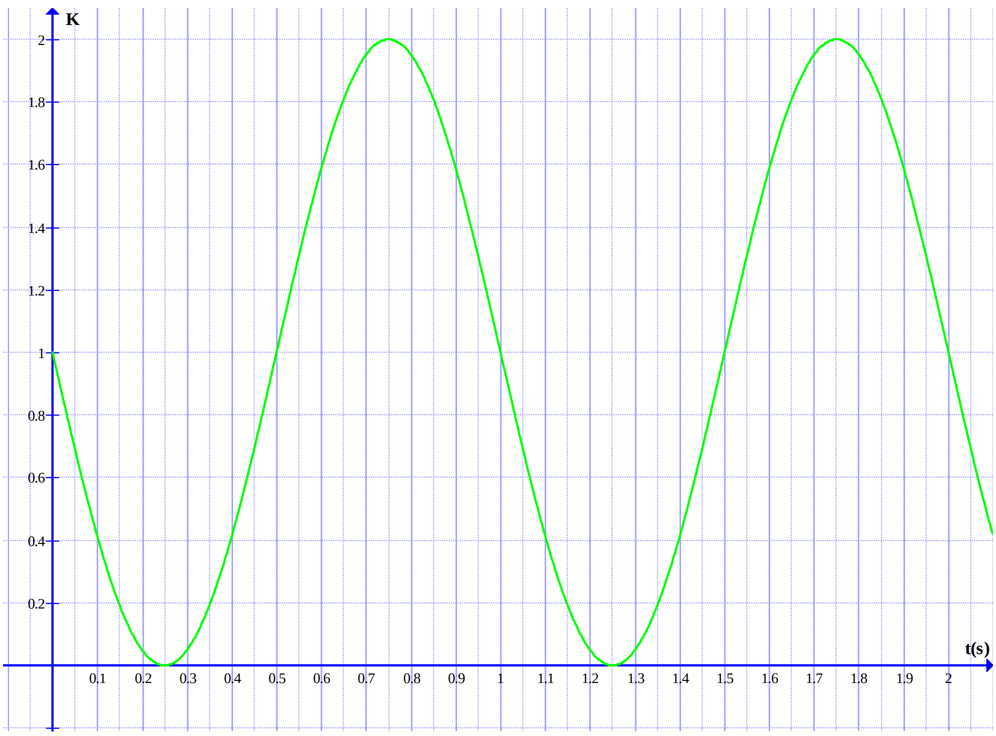
1. Ένα σώμα κάνει απλή αρμονική ταλάντωση δεμένο στο ελεύθερο άκρο (κάτω άκρο)κατακόρυφου ελατηρίου του οποίου το άλλο άκρο είναι στερεωμένο . Κάποια στιγμή βρίσκεται σε μια θέση Δ όπου η απομάκρυνση είναι ίση με Α/2.Να αποδείξετε ότι το έργο της δύναμης επαναφοράς από τη θέση Δ μέχρι τη θέση ισορροπίας είναι ίσο 1/4 Ε όπου Ε η ολική ενέργεια του ταλαντωτή
2. Ένα σώμα κάνει απλή αρμονική ταλάντωση δεμένο στο ελεύθερο άκρο (κάτω άκρο)κατακόρυφου ελατηρίου του οποίου το άλλο άκρο είναι στερεωμένο .

   α. να αποδείξετε ότι το μέτρο της μέσης δύναμης επαναφοράς που δέχεται το σώμα , κατά την κίνηση του από τη θέση ισορροπίας ως την ακραία θέση, έχει μέτρο ίσο με $\frac{2\Sigma F_{\max}}{\pi}$

   β. αν το μεγαλύτερη τιμή που έχει το μέτρο της δύναμης επαναφοράς είναι όσο το βάρος του σώματος να αποδείξετε ότι $\frac{U_{\max}^{\varepsilon\lambda\alpha\tau}}{U_{\max}^{\tau\alpha\lambda\alpha\nu\tau\omega\tau\eta}} = 4$

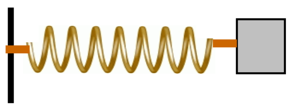
3. Ένα σώμα κάνει απλή αρμονική ταλάντωση Τη στιγμή 0 βρισκεται σε μια θέση Ζ όπου η επιτάχυνση είναι θετική. Η κινητική τη ενέργεια μεταβάλλεται όπως δείχνει το επόμενο διάγραμμα.D=100N/m

Να γράψετε την εξίσωση της από απομάκρυνσης από τη ΘΙ,



Ζήτημα 3°

α.

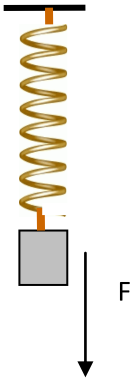


1. Στο σώμα, το οποίο ισορροπεί (m=1Kg) , ασκούμε οριζόντια δύναμη με σταθερό μέτρο 10N.Τη στιγμή που μηδενίζεται η ταχύτητα του σώματος καταργούμε τη δύναμη και το σώμα κάνει στη συνέχεια ταλάντωση

α. Να υπολογίστε το πλάτος ταλάντωσης, σταθερά του ελατηρίου είναι ιση με 100N/m

β. να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος από τη θέση ισορροπίας θέτοντας t=0 τη στιγμή που καταργήσαμε τη δύναμη Θετική φορά ιδια με την κατεύθυνση της δύναμης.

2. τοποθετούμε το ίδιο σώμα στο άκρο του ίδιου ελατήριου και το σώμα ισορροπεί. Στο σώμα ασκούμε δύναμη που η διεύθυνσης της είναι κατακόρυφη, με σταθερό μέτρο 10N.Τη στιγμή που μηδενίζεται η ταχύτητα του σώματος καταργούμε τη δύναμη και το σώμα στη συνέχεια κάνει ταλάντωση.



α. Να υπολογίστε το πλάτος ταλάντωσης,

β. να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος από τη θέση ισορροπίας θέτοντας t=0 τη στιγμή που καταργήσαμε τη δύναμη. Θετική φορά ιδια με την κατεύθυνση της δύναμης.

γ. Να υπολογίσετε τε πηλίκο $\frac{U_{\max}^{\varepsilon\lambda\alpha\tau}}{U_{\max}^{\tau\alpha\lambda\alpha\nu\tau\omega\tau\eta}}$

Ζήτημα 4ο

η εξίσωση για την αριθμητική της επιτάχυνσης που κάνει ένα σώμα (m=12Kg) το οποίο είναι δεμένο στην άκρη κατακόρυφου ελατηρίου είναι η $a = 1{,}6\eta\mu(4t + \frac{\pi}{4})$

α. να γράψετε την εξίσωση για την απομάκρυνση σε συνάρτηση με το χρόνο και να την παραστήσετε γραφικά σε βαθμολογημένους άξονες

β. να γράψετε την εξίσωση για την κινητική και δυναμική ενέργεια σε συνάρτηση με το χρόνο και να τις παραστήσετε γραφικά σε βαθμολογημένους άξονες

γ. να υπολογίσετε για τη στιγμή 0 τις αριθμητικές τιμές των μεγεθών:

επιτάχυνση

ταχύτητα

απομάκρυνση

δυναμική ενέργεια και

κινητική ενέργεια

δ. να υπολογίστε τη χρονική στιγμή που φθάνει στη θέση χ = -Α για πρώτη φορά

Απαντήσεις

Ζήτημα 1ο

1. **σωστή η δ**

$$\chi = A\eta\mu(\frac{10\pi}{3}) = A\eta\mu(2\pi + \frac{4\pi}{3}) = A\eta\mu\frac{4\pi}{3} = A\eta\mu(\pi + \frac{\pi}{3}) = A(\eta\mu\pi\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{3} + \sigma\upsilon\nu\pi\eta\mu\frac{\pi}{3}) = -\frac{A\sqrt{3}}{2}$$

$$\upsilon = \upsilon_{max}\sigma\upsilon\nu(\frac{10\pi}{3}) = \upsilon_{max}\sigma\upsilon\nu(2\pi + \frac{4\pi}{3}) = \upsilon_{max}\sigma\upsilon\nu(\pi + \frac{\pi}{3}) = \upsilon_{max}(\sigma\upsilon\nu\pi.\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{3} - \eta\mu\pi.\eta\mu\frac{\pi}{3}) = -\frac{\upsilon_{max}}{2}$$

2.

Σωστή η β

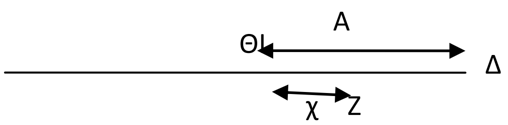
$$\omega = \frac{\Delta\phi}{\Delta t} = \frac{\frac{\pi}{2}}{0{,}25} = 2\pi \text{ rad/s} \quad T = \frac{2\pi}{\omega} = 1s$$

προφανώς A=0,2m

$$a_{max} = \omega^2 A = 8 \ m/s^2$$

3.

Σωστή η γ



$$\chi_Z = A\eta\mu(\frac{\pi}{6}) = \frac{A}{2}$$

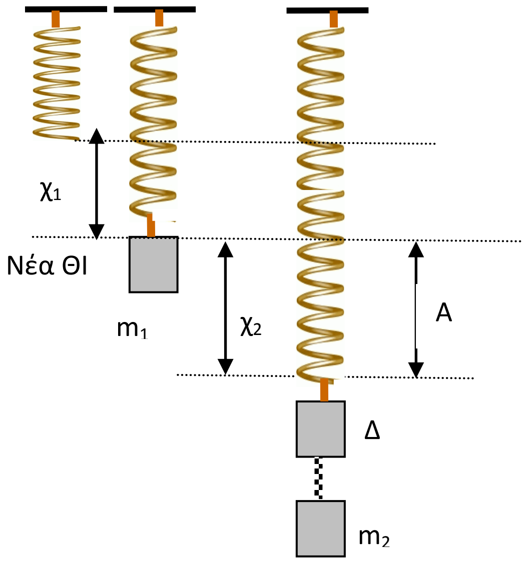
Προφανώς τη στιγμή 0 βρίσκεται στη θέση Ζ και κατευθύνεται προς την ακραία θέση Δ.

Τη στιγμή t_1 ξαναγυρίζει στο Ζ και η φαση του είναι μεγαλύτερη από π/2 rad

$$\frac{A}{2} = A\eta\mu\phi \qquad \eta\mu\phi = \frac{1}{2} = \eta\mu\left(\frac{\pi}{6}\right) \quad \begin{cases} \phi = \frac{\pi}{6} \text{ rad} \\ \phi = \frac{5\pi}{6} \text{ rad} \end{cases}$$

δεκτή η $\phi = \frac{5\pi}{6}$ rad

$$\Delta\phi = \frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{6} = \frac{2\pi}{3} \quad \text{rad}$$



4.

Σωστή η β.

Για την αρχικη ΘΙ

$$\left.\begin{array}{l}(m_1 + m_2)g = K(x_1 + x_2) \\ \\ \textbf{Για τη ΘΙ του } \mathbf{m_1} \\ \\ m_1 g = Kx_1\end{array}\right\} \quad m_2 g = Kx_2$$

$$\Sigma F_{\max} = DA = Kx_2 = m_2 g$$

5.

α. λάθος

$$\left.\begin{array}{r}x = A\eta\mu(\omega t + \frac{5\pi}{6}) \\ \\ t = T/2\end{array}\right\} \quad x = A\eta\mu(\omega\frac{T}{2} + \frac{5\pi}{6}) = A\eta\mu(\frac{2\pi}{2} + \frac{5\pi}{6}) = A\eta\mu(\frac{11\pi}{6}) = -\frac{A}{2}$$

β. λάθος

$$\Sigma F = -Dx = -D\frac{A}{2} = -\frac{F_{\varepsilon\pi}}{2} = -\frac{\Sigma F_{\max}}{2}$$

γ. σωστή

$$\upsilon = \upsilon_{\max}\eta\mu(\omega t + \frac{5\pi}{6} + \frac{\pi}{2}) = \upsilon_{\max}\eta\mu(\omega t + \frac{4\pi}{3})$$

δ. σωστή

για τη στιγμή 0 έχουμε

$$\frac{K}{U}=\frac{\frac{1}{2}m\upsilon^2}{\frac{1}{2}Dx^2}=\frac{m\left[\upsilon_{max}\eta\mu(\frac{4\pi}{3})\right]^2}{D\left[A\eta\mu(\frac{5\pi}{6})\right]^2}=\frac{m\upsilon_{max}^2\left(-\frac{A\sqrt{3}}{2}\right)^2}{DA^2\left[\frac{A}{2}\right]^2{}_2}=3$$

ε .λάθος

τη στιγμή 0 η φάση είναι 5p/6 rad οπότε το σώμα κινείται προς τη ΘΙ οποτε το χ μικραίνει, ενώ στο διάγραμμα το χ **μεγαλώνει** μετά τη στιγμή 0.

Ζήτημα 2^o

1.

στη θέση με χ=Α/2 έχουμε

$$x^2+\frac{\upsilon^2}{\omega^2}=A^2 \quad \Rightarrow \quad |\upsilon|=\frac{\upsilon_{max}\sqrt{3}}{2}$$

$$W_{F\varepsilon\pi\alpha\nu}=W_{\Sigma F\varepsilon\pi\alpha\nu}=K_{\tau\varepsilon\lambda}-K_{\alpha\rho\chi}=\frac{1}{2}m\upsilon_{max}^2-\frac{1}{2}m\upsilon_1^2=E-\frac{1}{2}m\left(\frac{\upsilon_{max}\sqrt{3}}{2}\right)^2=E-\frac{3}{4}E=\frac{E}{4}$$

2.

α.

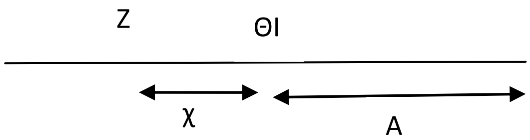
$$F_{\varepsilon\pi\alpha\nu}=\Sigma F=ma$$

$$\left.\begin{aligned}\left|(F_{\varepsilon\pi\alpha\nu})_{\mu\varepsilon\sigma\eta}\right|&=m\left|a_{\mu\varepsilon\sigma\eta}\right|\\ |a_\mu|&=\frac{2a_{max}}{\pi}\\ \Sigma F_{max}&=ma_{max}=F_{\varepsilon\pi}^{max}\end{aligned}\right\}\quad \left|F_{\varepsilon\pi\alpha\nu}^{\mu\varepsilon\sigma\eta}\right|=\frac{2\Sigma F_{max}}{\pi}$$

Έχουμε αποδείξει αλλού οτι

$$\left|a_{\mu\varepsilon\sigma\eta}\right|=\left|\frac{\Delta\upsilon}{\Delta t}\right|=\left|\frac{0-\upsilon_{max}}{\frac{T}{4}}\right|=\frac{4\omega A}{T}=\frac{4\omega A}{\frac{2\pi}{\omega}}=\frac{2\omega^2A}{\pi}=\frac{2_{a\,max}}{\pi}$$

3.



Από το διάγραμμα τη στιγμή 0 έχουμε U=E/2

$$\left.\begin{aligned} U &= \frac{1}{2}Dx^2 \\ E &= \frac{1}{2}DA^2 \end{aligned}\right\} \qquad \begin{aligned} x &= \frac{A\sqrt{2}}{2} \\ x &= -\frac{A\sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$

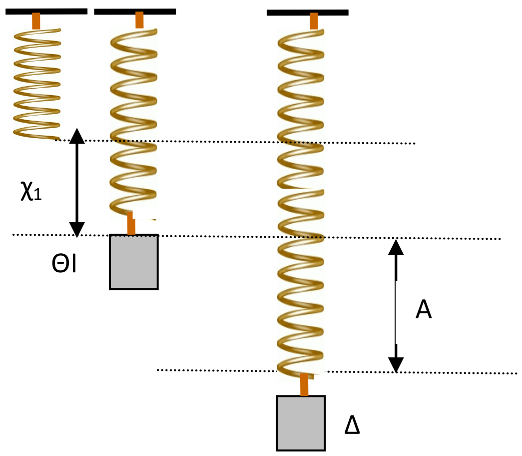
Η δεύτερη λύση είναι δεκτή γιατί σ αυτή τη θέση η αριθμητική τιμή της επιτάχυνσης έχει θετική τιμή

$$\left.\begin{aligned} x &= A\eta\mu(\omega t+\varphi) \\ x &= -\frac{A\sqrt{2}}{2} \end{aligned}\right\} \quad \eta\mu(\varphi) = -\frac{\sqrt{2}}{2} = -\eta\mu\frac{\pi}{4} = \eta\mu(-\frac{\pi}{4}) \quad \left\{\begin{aligned} &\phi = (-\frac{\pi}{4}) \\ &\phi = \pi - (-\frac{\pi}{4}) = \frac{5\pi}{4}rad \end{aligned}\right.$$

Από το διάγραμμα φαίνεται ότι μετά τη στιγμή 0 η κινητική μειώνεται άρα κινείται προς την ακραία θέση (χ=-Α), έτσι η δεύτερη λύση είναι η φάση του τη στιγμή 0

$$\left.\begin{aligned} x &= A\eta\mu(\omega t+\frac{5\pi}{4}) \\ A &= \sqrt{\frac{2K_{max}}{D}} = \frac{1}{5}m \\ \omega &= \frac{2\pi}{T} = \pi \ \text{(s)} \end{aligned}\right\} \qquad x = 0{,}2\eta\mu(\pi t+\frac{5\pi}{4}) \ \ \text{SI}$$

β.



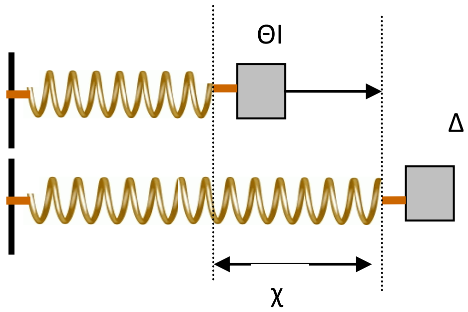
$$\left.\begin{aligned} x_1 &= \frac{mg}{K} \\ \Sigma F_{\varepsilon\pi\alpha\nu}^{\max} &= KA = mg \end{aligned}\right\} \quad \chi_1 = A$$

$$\frac{U_{\max}^{\varepsilon\lambda\alpha\tau}}{U_{\max}^{\tau\alpha\lambda\alpha\nu\tau\omega\tau\eta}} = \frac{\frac{1}{2}K(x_1+A)^2}{\frac{1}{2}KA^2} = \frac{(A+A)^2}{A^2} = 4$$

Ζήτημα 3ο

1.

α.



Εφαρμόζουμε το ΘΜΚΕ από τη ΘΙ μέχρι τη Δ που μηδενίστηκε η ταχύτητα

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_{\Sigma F}$$

$$\left.\begin{aligned} 0 &= W_F + W_{F_{\varepsilon\lambda\alpha\tau\eta}} \\ W_F &= F.\chi \\ W_{F_{\varepsilon\lambda\alpha\tau\eta\rho}} &= U_{\alpha\rho\chi} - U_{\tau\varepsilon\lambda} = 0 - \frac{1}{2}Kx^2 \end{aligned}\right\} \quad x = \frac{2F}{K} = 0{,}2m$$

β.

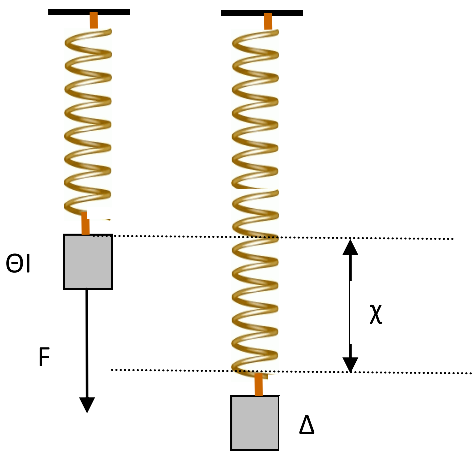
προφανώς το πλάτος είναι 0,2m

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{m}} = 10 \ rad/s$$

$$x = A\eta\mu(\omega t + \frac{\pi}{2}) = 0{,}2\eta\mu(10t + \frac{\pi}{2}) \quad SI$$

Προσοχή στη σχέση: $W_{F_{\varepsilon\lambda\alpha\tau\eta}} = U_{\alpha\rho\chi} - U_{\tau\varepsilon\lambda} = 0 - \frac{1}{2}Kx^2$

2.



Εφαρμόζουμε το ΘΜΚΕ από τη ΘΙ μέχρι τη Δ που μηδενίστηκε η ταχύτητα

$$K_{\Delta} - K_{\Theta I} = W_F + W_{F_{\varepsilon\lambda\alpha\tau\eta}} + W_{\beta\alpha\rho o\upsilon\varsigma}$$

$$\left.\begin{aligned} 0 = W_F + W_{F_{\varepsilon\lambda\alpha\tau\eta}} + W_{\beta\alpha\rho o\upsilon\varsigma} \\ W_F = F.\chi \\ W_{F_{\varepsilon\lambda\alpha\tau}} = \frac{1}{2}Kx_1^2 - \frac{1}{2}K(x + x_1)^2 \\ W_{F\ \beta\alpha\rho o\upsilon\varsigma} = mg\chi \end{aligned}\right\}$$

$$0 = F\chi + \frac{1}{2}Kx_1^2 - \frac{1}{2}K(x + x_1)^2 + mgx$$

$$0 = 20\chi + 50\left[x_1^2 - (x + x_1)^2\right] + 10x$$

$$0 = 2\chi + 5(-x)(2x_1 + x)$$

$$0 = 2\chi - 10xx_1 - 5x^2$$

$$\left.\begin{aligned} 0 = 2 - 10x_1 - 5x \\ x_1 = 0{,}1m \end{aligned}\right\} \quad x = 0{,}2m = A$$

$$x = A\eta\mu(\omega t + \frac{\pi}{2}) = 0{,}2\eta\mu(10t + \frac{\pi}{2}) \quad SI$$

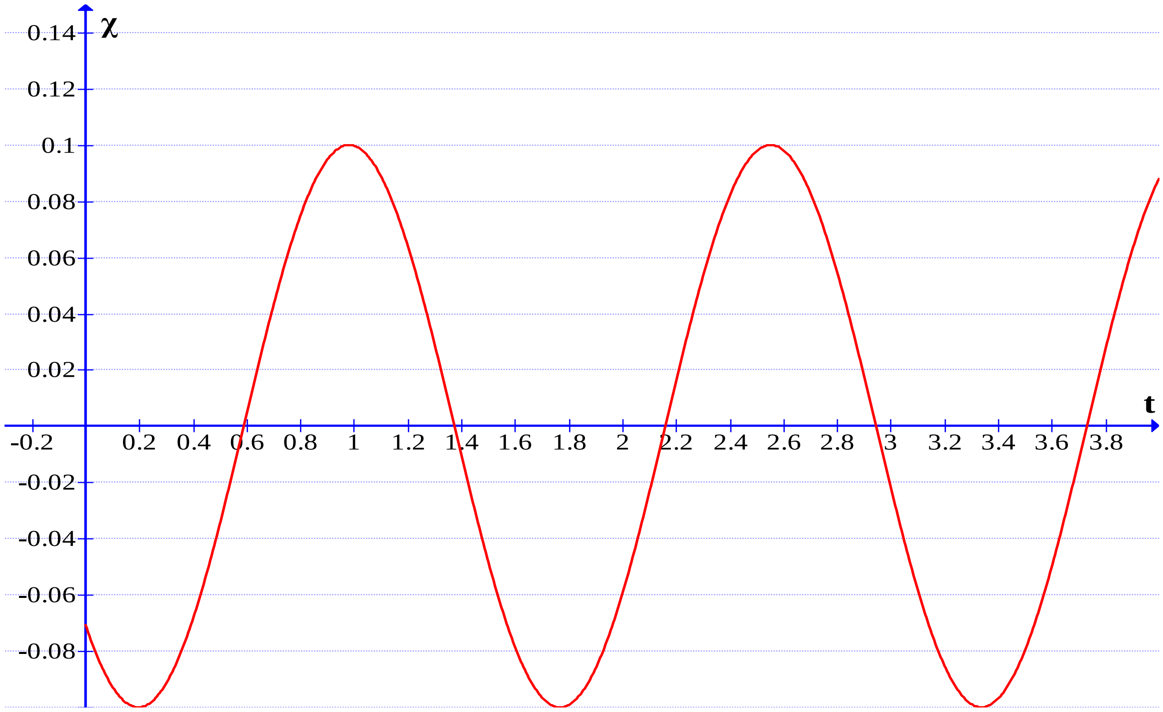
$$\frac{U_{\max}^{\varepsilon\lambda\alpha\tau}}{U_{\max}^{\tau\alpha\lambda\alpha\nu\tau\omega\tau\eta}} = \frac{\frac{1}{2}K(x + x_1)^2}{\frac{1}{2}Kx^2} = \frac{0{,}3^2}{0{,}2^2} = \frac{9}{4}$$

Ζήτημα 4ο

α.

$$\chi = -\frac{a}{\omega^2} = -\frac{1{,}6\eta\mu(4t + \frac{\pi}{4})}{16} = -0{,}1\eta\mu(4t + \frac{\pi}{4}) \text{ SI}$$

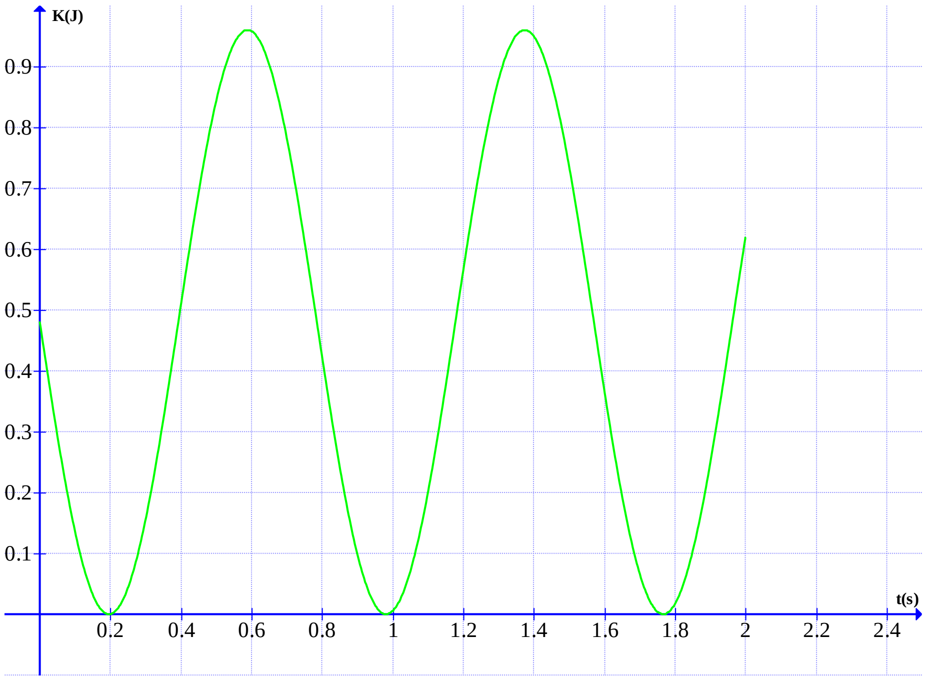
$$\upsilon_{\max} = \omega A = 4\ 0{,}1 = 0{,}4 \text{ m/s}$$

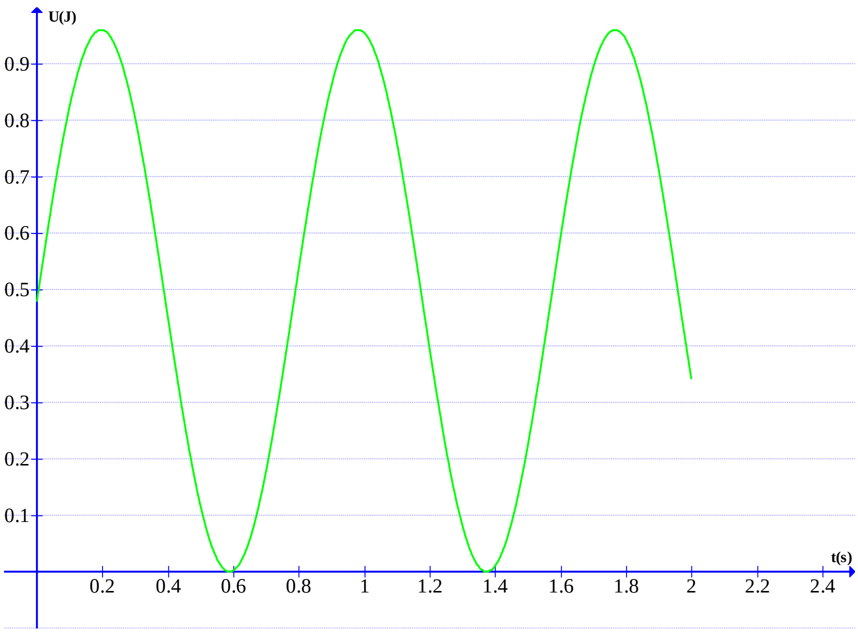


β.

$$\upsilon = -\upsilon_{\max}\eta\mu(\omega t + \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}) = -0{,}4\eta\mu(4t + \frac{3\pi}{4})$$

$$K = \frac{1}{2}m\upsilon^2 = \frac{1}{2}12(-0{,}4\eta\mu(4t + \frac{3\pi}{4})^2 = 0{,}96\eta\mu^2(4t + \frac{3\pi}{4}) \quad \text{SI}$$


K(J)
0.9
0.8
0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
t(s)
0.2
0.4
0.6
0.8
1
1.2
1.4
1.6
1.8
2
2.2
2.4


U(J)
0.9
0.8
0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
t(s)
0.2
0.4
0.6
0.8
1
1.2
1.4
1.6
1.8
2
2.2
2.4

γ. για t=0

$$\chi = -0{,}1\eta\mu(4t+\frac{\pi}{4}) = -0{,}1\eta\mu(4.0t+\frac{\pi}{4}) = \text{-}0{,}1\frac{\sqrt{2}}{2}\ \ \text{SI}$$

$$\upsilon = -0{,}4\eta\mu(4t+\frac{3\pi}{4}) = -0{,}4\eta\mu(4.0+\frac{3\pi}{4}) = -0{,}4\frac{\sqrt{2}}{2} = -0{,}2\sqrt{2}\ \ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

δ.

$$\left.\begin{array}{l} \chi = -0{,}1\eta\mu(4t+\frac{\pi}{4})\ \ \text{SI} \\ \\ \chi = -0{,}1m \end{array}\right\} \eta\mu(4t+\frac{\pi}{4}) = -1 = \eta\mu(-\frac{\pi}{2}) \left\{\begin{array}{l} (4t+\frac{\pi}{4}) = (-\frac{\pi}{2}) \\ \\ (4t+\frac{\pi}{4}) = \pi-(-\frac{\pi}{2}) = \frac{3\pi}{2} \end{array}\right.$$

$$4t = \frac{3\pi}{2} - \frac{\pi}{4}$$

κτλ